

مراحل تطور الرمز في الأنساق المنطقية

دكتورة

نهلة محمد مصطفى عوكل

مدرس بكلية الآداب
جامعة بنى سويف

٢٠٠٩ م

مراحل تطور الرمز
في الأساق المنطقية

د . نهلة محمد مصطفى عوكل

مدرس بكلية الآداب

جامعة بني سويف

٢٠٠٩م

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا﴾

صدق الله العظيم
سورة طه من الآية (١١٤)

الكتاب : مراحل تطور الرمز في الأنساق المنطقية .
المؤلف : د. نهله محمد مصطفى عوكل.
رقم الإيداع: ٢٠٠٩/١٣٩٠٨ م.
الناشر : مكتبة الجامعة للطباعة والنشر و الخدمات العلمية.
المركز الرئيسي / بني سويف – شارع صلاح سالم
ت / ٠١٢/٩٩١٤٨٢١

مدخل :

يعتبر المنطق بحق أساس العلوم الأخرى وذلك على الأقل لأننا في كل عملية برهان إنما نستخدم أفكاراً مستمدة من مجال المنطق ولأن كل استدلال صحيح إنما يسير وفقاً لقوانين ذلك العلم "المنطق"، أجد أن معرفة قوانينه ذات أهمية تطبيقية كبيرة بالنسبة لكل من يرغب في التفكير السليم أو من يرغب في أن يستدل بطريقة سليمة حيث أن المنطق يجنبنا الوقوع في الخطأ.

ولعل أبرز ما ساعد المنطق على التطور هو اللغة المنطقية الرمزية، وهي لغة مصطنعة وضعها علماء المنطق لتحقيق أغراضه أساساً، ويطلق على هذه اللغة أسم (الرموز المنطقية). ولهذه اللغة أهمية كبرى في صياغة مبادئ المنطق وحُججه، ولكنها عديمة الأهمية في الحياة اليومية. وهذه اللغة قادرة على الوفاء بأغراض التعبير الدقيق عن الأفكار والمفاهيم، حيث تعجز اللغة العادية عن ذلك، مما يؤدي إلى أخطاء منطقية وفلسفية خطيرة، وبعبارة أخرى، فإن اللغة المنطقية الرمزية هي قوة تعبيرية في المسائل التي تحتاج إلى دقة ولا يمكن التماسها في اللغات الطبيعية. وفضلاً عن ذلك كله فإن اللغة المنطقية الرمزية تساعد على اكتشاف قوانينه وصياغتها بشكل سليم ومحكم، وتزيد من القدرة على ممارسة التفكير المنطقي^(١).

وللرمز المنطقي أهمية كبيرة من وجهة نظر الاقتصاد في الفكر حتى إذا كنا بصدد البراهين الرياضية. إذ يجعل الرمز هذه البراهين أكثر بساطة ووضوح

(١) د. رشيد محمد الحاج صالح: علاقة المنطق بالرياضيات عند رسل "حساب الفئات" نموذجاً، مجلة

جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية سلسلة الآداب والعلوم الإنسانية، المجلد ٢٧، العدد (١)

٢٠٠٥م، ص ١٤١

وإذ ما حاول المنطقي القيام بهذه البراهين بدون الاستعانة بالرموز لواجهته صعوبات بالغة، كما يمكننا من أن نضيف للبرهان بعض المتغيرات وأن نبحت كل الاحتمالات مما يمكن المنطقي من تطوير منهجه و حل كل المشكلات التي يمكن أن يصادفها بسهولة ويسر .

وعلى ذلك يمكنني القول بأن الكشف عن هذه الرموز إنما يشكل نقطة تحول حاسمة في نشأة وتطور علم المنطق ، فلقد استطاع أرسطو بهذه الرموز أن يحدد قواعده وقوانينه ويحدد أسسه المنطقية .

أهداف البحث:

يهدف هذا البحث إلى توضيح دور الرمز المنطقي في نشأة وتطور المنطق بشكل عام و المنطق الرمزي الحديث على وجه الخصوص ،بالإضافة إلى إلقاء الضوء على حركة تطور الرمز التي واكبت تطور المنطق .

فروض البحث :

يحاول البحث الإجابة على التساؤلات التالية : ما هي فائدة الرمز المنطقي ؟

هل كان للرمز المنطقي دور في نشأة علم المنطق ؟ أم لا .

هل يعد الرمز المنطقي أحد الدعامات الأساسية لتطور هذا العلم ؟ أم لا .

في أي فترة زمنية شهد الرمز المنطقي تطوراً كبيراً ؟ وهل يعد هذا التطور صدى

لمحاولة دمج المنطق ببعض العلوم الأخرى مثل الرياضيات وإدخال رموزها

الخاصة في مجال علم المنطق ؟ أم لا .

حدود البحث :

سوف تقتصر الباحثة على إلقاء الضوء على اللغة الرمزية التي تناولها علماء

المنطق في أثناء بحثهم في النظريات المنطقية . دون اللجوء إلى عرض

نظرياتهم . كما أنني لن أتعرض لكل من ألف في علم المنطق بل سأقصر بحثي

على كل من حاول تطوير النسق المنطقي بإدخال بعض التعديلات أو الإضافات

على الرموز المنطقية الخاصة بذلك النسق .

منهج البحث :

أما عن المنهج المستخدم في إعداد البحث فهو المنهج التاريخي التحليلي النقدي المقارن وذلك لكوني سأقوم بدراسة تاريخية لتطور الرمز المنطقي منذ نشأة علم المنطق لدى مؤسسه أرسطو وحتى وقتنا هذا ، مع تحليل هذه الأفكار ومقارنة المصطلح الرمزي المنطقي عند المناطقة القدامى والمحدثين ، وستتم الدراسة في ضوء نظرة نقدية لكل الآراء المعروضة.

خطة البحث :

لقد قسمت البحث إلى مدخل وثلاثة مباحث وخاتمة .
أما عن المقدمة فقد تعرضت فيها بالدراسة لطبيعة الموضوع وأهميته وأهدافه وفروض البحث والمنهج المستخدم بالإضافة لخطة البحث.
أما المبحث الأول وعنوانه : **الرمز في المنطق التقليدي** . فقد تناولت فيه بالدراسة أولاً: الرمز المنطقي عند أرسطو وتلاميذه .
ثانياً: الرمز المنطقي عند الميغارية والرواقية .
ثالثاً: الرمز المنطقي في العصور الوسطى .
أما المبحث الثاني وعنوانه: **الرمز المنطقي من ليبنتز حتى فريجة** . فقد تناولت فيه بالدراسة : أولاً: الرمز المنطقي عند كل من ليبنتز وجورج بول .
ثانياً: الرمز المنطقي عند بيانو .
ثالثاً: الرمز المنطقي عند فريجة .
أما المبحث الثالث وعنوانه: **الرمز المنطقي بعد فريجة** . فقد تناولت فيه بالدراسة: أولاً: الرمز المنطقي عند أصحاب البرنكبيا . ثانياً: الرمز المنطقي عند لويس .
ثالثاً: الرمز المنطقي عند لوكاشيفتش . رابعاً: الرمز المنطقي عند هلبرت .
خامساً: الرمز المنطقي عند كل من بوركوفسكي و تشيرش :
ولقد أعقبت البحث بخاتمة دونت فيها أهم النتائج .بالإضافة لقائمة المصادر والمراجع التي استخدمت في إعداد البحث.

المبحث الأول

الرمز في المنطق التقليدي

تمهيد :

يعتبر علم المنطق من أهم العلوم التي أضافها أرسطو ولم تكن معروفة بشكل نظري مستقل لدى السابقين عليه. فأرسطو هو مؤسس علم المنطق وتعتبر كتبه فاتحة قوية لعلم جديد نمي وازدهر منذ أن وضعه وحتى وقتنا هذا (2). إلا أن معظم نظريات أرسطو المنطقية توجد لها أصول لدى السابقين عليه، فلقد أقامت المدرسة الفيثاغورية براهينها في مجال الهندسة وفق نسق منطقي يبدأ من قضايا أولية صادقة وغير قابلة للبرهان، ثم ينتقلوا من هذه المقدمات إلى نتائج صادقة (3). وينسب للمدرسة الفيثاغورية العديد من البراهين الهندسية منها: أن زوايا المثلث الداخلية = قائمتين . كذا إن زوايا الشكل متعدد الأضلاع = ٢س - ٤ زوايا قائمة (4). كما أهتم بارمنيدس بعرض آراءه الفلسفية مدعومة باستدلالات وبراهين منطقية تثبت وتدعم صدقها ويقينها (5)، إذ يستدل من معنى الوجود صفاته وهي أنه ثابت ، ولقد برهن على صدق آراءه بأدلة منطقية تثبت استحالة التغير والحركة بالنسبة للوجود ومن ثم يثبت كون الوجود ثابت (6).

ولقد صار أفلاطون على نفس منهج المدرسة الايلية، وقدم آراءه مدعومة بأدلة وبراهين تثبت صحتها، فنراه يقدم أكثر من حجة على أثبات خلود النفس: مثل قوله إن الطفل يولد ولديه بعض المعارف أو البديهيات العقلية مثل : الكل أعظم من الجزء .. ألخ ومن ثم فالمعرفة هي تذكر وعلى ذلك فلا بد وأن تكون النفس قد عاشت قبل ميلادها ، أي حصلت عليها قبل مجيئها إلى هذا العالم ومن ثم فالنفس

(2) Richard McHeon : Introduction to Aristotle, the Modern library . New York, 1947, P 9:10.

(3) د . محمد جلوب فرحان : تحليل أرسطو للعلم البرهاني ، دار الحرية للطباعة ، بغداد ، ١٩٨٣م ، ص ٢٦ .

(4) د محمد فتحي عبد الله : المدرسة الفيثاغورية مصادر ونظرياتها ، مركز دلتا للطباعة ، الإسكندرية ، ١٩٨٩م ، ص ٥١

(5) Fredrick Copestone : A. history of Philosophy , VOL. 1 ,Greek and Rome, Search Press, London, 1970, p 50

(6) E. W. F.Tomlin: The Greek Philosophy ,the Western World,sheffington and son

Ltd , London , 1976 , p 27

خالدة⁽⁷⁾. كما ينسب لجورجياس بداية صياغة القضايا في أسلوب جديد هو صيغة الاحتمال والإمكان، فلقد أهتم بالاستدلالات المنطقية ذات الجهة الممكنة والمحتملة أكثر من اهتمامه بالحقيقة الضرورية غير القابلة للشك⁽⁸⁾.

إلا أن كل هذه الأنواع من الاقيسة التي وردت لدى الفلاسفة السابقين ليست سوى استدلالات جاءت منتشرة في ثانيا نسقهم الفلسفي، قدموها لمحاولة البرهنة على آرائهم الفلسفية، ولم تشهد هذه الاقيسة اهتماماً مستقلاً من جانبهم، إذ لم يقدموا نظرية كاملة عن القياس تركيبه، طبيعة مقدماته، شروط صحته، أشكاله، وضروبه المنتجة، فكل ما وجد لديهم ليس أكثر من صيغ استدلالية تحمل تركيباً معيناً، ولذا فأرسطو هو صاحب أول صياغة منطقية لنظرية القياس والمنطق عموماً.

أولاً - الرمز المنطقي عند أرسطو:

عرف أرسطو القياس بأنه : قول إذا وضعت فيه أشياء أكثر من واحد لزم عنها بذاتها شيء ما آخر بالضرورة، لوجود تلك الأشياء الموضوع بذاتها في المقدمات التي ألف منها القياس⁽⁹⁾ ويدل هذا التعريف على أن القياس مكون من جزأين يلزم ثانيهما بالضرورة عن أولهما - الجزء الأول هو مقدمات القياس أما الثاني فهو نتيجته - ولقد لاحظ بعض الباحثين أن هذا التعريف واسع إلى حد بعيد حيث لم يحدد فيه أرسطو عدد المقدمات وكذلك لم يحدد نوع العلاقة التي تربط بين موضوع ومحمول قضاياه⁽¹⁰⁾.

لذلك يقول " نيل " : أن الصيغة التي يستخدمها أرسطو واسعة بدرجة كافية لتغطي أي برهان نستنتج فيه نتيجة من مقدمتين أو أكثر⁽¹¹⁾. وعلى هذا تذهب

(7) أفلاطون : فيدون ، ترجمة وتقديم: د. عزت قرني ، مكتبة الحرية الحديثة ، الطبعة الثانية ، القاهرة ، ١٩٧٩م ، ص ١٧٣

(8) أفلاطون : محاورة منكسينوس ، ترجمة وتقديم: د. عبد الله المسلمي ، منشورات الجامعة الليبية ، الطبعة الأولى ، طرابلس ، ١٩٧٢م ، ص ٩٨ - مقبلة .

(9) أرسطو: التحليلات الأولى ، تحقيق: د. عبد الرحمن بدوي ضمن منطق أرسطو الجزء الأول . الهيئة العامة للكتاب ،

القاهرة ، ١٩٤٨م ، ص ١٠٨

(10) H . W . B Joseph: An introduction to logic , oxford . University press , London 1948, P 24.

(11) W Kneal & M Kneal: the development of logic , Oxford University Press, 1984, P . 67 .

سوزان استتبع إلى أن القياس يعد شكلاً من اللزوم الذي يربط بين قضيتين يلزم عنهما قضية ثالثة . المقدمتين تشكل مقدم اللزوم و النتيجة تشكل التالي⁽¹²⁾ .

ولقد نظر أرسطو للقياس السليم باعتباره الهدف الذي يسعى إلى تحقيقه ولذا أهتم بدراسة كل مكونات القياس من حدود ، قضايا ، استدلال مباشر ، حتى يصل إلى تأسيس نظرية سليمة في القياس المنطقي .

• تصنيفات القضايا المنطقية لدى أرسطو :

قسم أرسطو القضايا تبعاً لاختلاف الرابطة التي تحكم العلاقة بين حديها إلى قسمين هما :

١ - القضية الحملية :

هي تلك التي تعبر عن علاقة حمل أو تضمن ، أو نسبة بين حدودها ، ورابطتها هي " فعل الكينونة" ، والتي قدم لها أكثر من تصنيف بحسب كم وكيف موضوعها .

٢ - القضية الشرطية :

هي تعليق شيء بشيء ، بحيث إذا وجد الأول وجد الثاني ، وقيل الشرط ما يتوقف عليه وجود الشيء ، ويكون خارجاً عن ماهيته ، والقضية الشرطية عادة ما تكون قضية مركبة من قضيتين إحداهما مقدم ، و الأخرى تالي ، وهي قسمان ، متصلة ، ومنفصلة⁽¹³⁾ .

أ - القضية الشرطية المتصلة :

هي تلك القضية التي يحكم فيها بالارتباط بين قضية وأخرى على أساس أن إحداهما شرط للثانية ، ويسمى القسم الأول مقدم الشرط ، والثاني تالي الشرط أو اللزوم . ورابطتها : إذا كان .. فإذا ...⁽¹⁴⁾ . ومن شروط صدق القضايا الشرطية المتصلة كونها تصدق في حالة صدق مقدمها مع عدم كذب تاليها ، أي أن صدق

(12) L. S. Stabbing: A modern introduction to logic Methuen Co, London, 1943, P 81 .

(13) د. البير نصري نادر : المنطق الصوري ، منشورات مكتبة العرفان ، الطبعة الأولى ، بيروت ، ١٩٦٦ م ، ص ٣٧ .

(14) محمد عابد الجابري: تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة، الجزء الأول ، دار الطليعة، بيروت،

١٩٨٢م ، ص ١٢٢ .

المقدم يتبع صدق التالي ، أما كذب التالي فيترتب عليه كذب المقدم ، وليس العكس.

ب - القضية الشرطية المنفصلة :

هي قضية مؤلفة من قضيتين حاملتين بينهما علاقة عناد أو تناقض ، ورابطتها : إما .. أو .. ، وتصدق في حالة صدق أحد طرفيها وتكذب في ما دون ذلك.

٣- تصنيف القضايا بحسب الجهة الزمنية :

قدم أرسطو في كتاب العبارة تصنيف للقضايا بحسب قسمت الأزمان فقال : إن الحكم البسيط هو بمنزلة لفظ يدل علي أن شيء ما موجود أو غير موجود ، علي حسب قسمة الأزمان (١٥).

ولذا فيجب علينا أن نوضح هل المحمول موجود للموضوع في الزمن الماضي ، أم الحاضر ، أم المستقبل ، أو أن المحمول موجود للموضوع بإطلاق (١٦).

٤- تصنيف القضايا بحسب الجهة المنطقية :

تعرف الجهة بأنها اللفظة التي تقترن بالرابعة في القضية ، فتدل علي كيفية وجود محمولها إلي موضوعها (١٧). ومن هنا يمكن تعريف القضية ذات الجهة بأنها : قضية تقبل رابطتها تغيراً ندركه بفعل من عقلنا (١٨) وبهذا لا تقتصر الجهة علي إثبات أو نفي علاقة معينة ، وإنما تعطي كذلك تقييماً لهذه العلاقة من زاوية ما (١٩). ولقد أورد أرسطو في كتاب العبارة تصنيفاً للقضايا المنطقية من حيث الجهة فصنفها إلي : قضايا مطلقة ، ضرورية ، ممكنة ، محتملة ، وممتعة (٢٠).

(١٥) Aristotle: De interpretation, Trans . by W. D. Ross , 5 vol , Oxford at Claremont press ,London, 1972, ch 5, 17 a, 20.

(١٦) Ibid . ch. 5, 17 a, 10 : 15

(١٧) Ibid , ch 9, 18 a, 33 : 35.

(١٨) عبد الرحمن بدوي : المنطق الصوري والرياضي، دار النهضة العربية ، القاهرة ، ١٩٦٢ م ، ص ٩٧.

(١٩) د. علي سامي النشار : المنطق الصوري منذ أرسطو حتى رسل ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٦٥ م ،

ص ٢٣٤

(٢٠) W.D. Ross: Aristotle, Methuen and Co. ,Ltd. ,London, 1971, p 30.

أ - القضية الضرورية :

هي تلك التي لا يمكن أن نتكون بخلاف ما هي عليه ، أي هي ما يوجد فيها المحمول لكل الموضوع بالفعل ، وبشكل دائم ، أي في كل الأوقات (21).

ب - القضايا الممكنة والمحتملة :

لقد عرف أرسطو الممكن في كتاب العبارة بأنه الاستعداد أو التهيؤ للقيام بشيء ما ، أو بفعل شيء ما ، ولكنه يحتمل مع هذا إمكانية عدم حدوثه (22) أي أن الممكن هو ما لم يكن واجباً ، ولا يلزم عن افتراض وجوده شيء ممتنع (23).

ج - القضايا الممتنعة :

هي تلك التي لا تسمح طبيعتها بالصدق ، أو ما تكون رغم السماح لها بالصدق ممتنعة من قبل الظروف الخارجية ، أي أن الممتنع هو الضرورة منفية (24).
والواقع أن أرسطو لم يرمز إلى الثوابت المنطقية { ليس ، و ، إما - أو ، إذا ... إذن ... } ولا للجهات الزمنية أو المنطقية فلقد صاغها بصورتها اللفظية، ولكنه استخدم أحرف الهجاء اليونانية للرمز إلى الحدود المتغيرة " $Q - P - S$ " (25) والتي يمكن استبدالها في داخل ذلك الثابت بقيم محددة مثل سقراط وإنسان وحيوان مثلاً فتتكون قضايا قياسية ذات معنى في قاموس اللغة ، لهذا جاء رمزه ناقصاً (26). أما الصحة والفساد فإنهما يتعلقان أساساً بتلك العلاقة القائمة بين المقدمات والنتيجة دون أدنى اهتمام لما يمكن أن يكون عليه المتغير في الواقع الفعلي (27). فنحن نقول عن الحجة أنها صحيحة إذا كانت النتيجة تلزم عن

(21) Aristotle : OP CIT , ch 14, 22, b, 5 : 10.

(22) Renford Bambrough: the philosophy of Aristotle, New American Library, New York, 1963. p. 154.

(23) Aristotle: De interpretation, ch. 12, b, 25: 30

(24) Ibid . ch 13, 22, a, 15 : 30.

(25) د. مصطفى النشار : نظرية العلم الأرسطية دراسة في منطق المعرفة العلمية عند أرسطو، دار المعارف ، القاهرة،

١٩٩٥م، ص ١٠٢ .

(26) محمد ثابت القندي : أصول المنطق الرياضي . دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية ، ١٩٨٧ م ، ص ٤٣

(27) S. A. Stabbing : Modern Elementary logic , by Methuen & Co, L . T .D , London , 1952, P . 6 .

المقدمات لزوما منطقيا . (28) فمن الواضح أن دور الرمز في المنطق الأرسطي قد أنحصر في اختصار المتغيرات التي قد ترمز لأي موضوع ، أما الثوابت التي لها معنى محدد فقد أهتم بإيضاحه بشكل محدد .

ثانياً : الرمز في المنطق الرواقي :

أن الاهتمام بكتب أرسطو المنطقية قد بدأ عقب وفاته مباشرة ، إذ أهتم تلاميذه من اللوقيوم : أمثال ثيوفراسطس ويديموس بتقديم شروح وتعليقات علي كتب المعلم الأول ، كما خصص آخرون بعض المؤلفات المستقلة لهم لشرح بعض المعاني والمصطلحات الموجودة في كتبه (29) . إلا أن حدود الرمز المنطقي لم تخرج عن الإطار الذي رسمه أرسطو إذ أقتصر على التعبير عن المتغيرات التي رمزوا لها بأحرف الهجاء اليونانية مثل أرسطو ، أما الثوابت فقد تركت في نفس الإطار اللفظي .

أما أصحاب المنطق الرواقي والميغاري فقد توسعوا في إعطاء شرح مقصّل لمنطق الشرطيات وكذا مبحث الجهات . كما حاولوا إيضاح النظريات المنطقية التي وردت لدى المعلم الأول وأحسوا أنها تبدو غامضة بعض الشيء وتحتاج إلي إيضاح وتفسير (30) . إلا أن أهم ما يميز المنطق الرواقي عن المنطق الأرسطي هو أنه كان منطق قضايا "جمل خبرية وشرطية" لا منطق حدود "كلمات" كما وضعوا قوانين للاستتباط . وفي هاتين النقطتين مائل المنطق الرواقي المنطق الحديث (31) . ولقد بحث أصحاب المنطق الرواقي العلاقات التي قد تنشأ بين القضايا وهي لديهم خمس هي :

(28) جميل صليبا : المعجم الفلسفي ، الجزء الثاني ، دار الكتاب اللبناني ، بيروت ، لبنان ، ١٩٧٣ م ، ص ٢٢٦ .

(29) Ezeller: outlines of the history of Greek philosophy, Dover publication Inc 13 th ed, New York, 1931, P160.

(30) F.E. Peters: Aristotle and the Arabs, the Aristotelism in Islam university press, New York, 1968, P. 10.

(31) Benson Mates. Stoic Logic, University of California Press, Berkeley, 1953, Introduction, p 74.

and see also: Alan Donagan. The Theory of Morality, The University of Chicago Press, Chicago and London, 1977, p. 4.

١- القضية الاقترانية أو العطفية:

رابطتها هي واو العطف ، و تصدق إذا صدق عنصرها معاً وتكذب إذا كذب أحد عنصرها علي الأقل ، أو عند كذبها معاً.

٢ - القضايا الشرطية :

هي تعليق شيء بشيء ، بحيث إذا وجد الأول وجد الثاني ، وتتألف من جزئين الأول هو مقدم الشرط والثاني هو تالي الشرط .

أ - القضية اللزومية :

هي تلك القضية التي يحكم فيها بالارتباط بين قضية وأخرى على أساس أن أحدهما شرط للثانية ، ويسمى القسم الأول مقدم الشرط ، والثاني تالي الشرط أو اللزوم . وربطتها : إذا كان .. فإن .. .

ب - القضية الشرطية المنفصلة:

تعرف القضية الشرطية المنفصلة : بأنها قضية مؤلفة من قضيتين حمليتين ينهما علاقة عناد أو تناقض ، وربطتها : إما.. أو.. (32).

٣- النفي المنطقي :

يدل عليه أداة النفي ليس أو ما يؤدي معناها ويستخدم لإنكار قول أو نفيه، إلا أن صدق ق أو كذبها يتقرر بعد معرفة صدق القضية المتناقضة معها وهي ليس ق أو كذبها فإذا كانت ق صادقة كانت ~ ق كاذبة وإذا كانت ق كاذبة كانت ~ ق صادقة (33). ولقد أهتم أصحاب المنطق الرواقي ببيان معنى هذه الثوابت وبيان حالات صدقها ولكنها تركت في قالبها اللفظي ، أما الرمز المنطقي فلقد أنحصر لديهم في التعبير عن المتغيرات المنطقية والتي كانت تعبر عن قضايا وليست حدود كما هو لدى أرسطو.

ولقد قدم كرسيبوس الرواقي مجموعة من الاقيسة الشرطية التي يمكن ن خلالها أن نتعرف على طبيعة الرمز المنطقي لديه والذي أستخدم فيها الأعداد

(32) Paul Veneti: logica Magna, part. 1, trans., by Raman Kretzman, Oxford University press London,, 1976 , p.73

(31) د. زكي نجيب محمود: نحو فلسفة علمية، مكتبة الإنجلو المصرية، القاهرة، ١٩٥١م ، ص ١٢٠.

الحسابية للتعبير عن المتغيرات المنطقية في قضايا المركبة، والتي أطلق عليها "صوراً استدلالية" وسمّاها أيضاً "ضروباً أولية لا تقبل البرهان" (٣٤) . وأحصى منها خمسة اعتبرها أولية بمعنى أنه لا توجد صور أخرى سابقة عليها في عملية الاستدلال ، ولا تقبل البرهان بمعنى أنها حقائق منطقية ، وهي:

أ- إذا كان الأول ، كان الثاني : لكن الأول ، إذن الثاني (35) .

ب - إذا كان الأول ، كان الثاني : لكن ليس الثاني ، إذن ليس الأول (36).

ج - إما أن يكون الأول أو الثاني ؛ لكن الأول ، إذن ليس الثاني (37).

د - إما أن يكون الأول أو الثاني ؛ لكن ليس الثاني ، إذن الأول (38).

أما الحالة الأخيرة فتعبر عن قاعدة استخدام ثابت منطقي جديد ، ولقد عبر عنه كرسيبوس بالكلمات "ليس كلاهما معاً" (٣٩) ولقد تجاهل المناطق بعد كرسيبوس هذا الثابت ولم يرد في منطقهم إلى أن تنبيه له بيرس (40) وهو:

هـ - ليس الأول والثاني معاً ، لكن الأول، إذن ليس الثاني (٤١) .

(٣٤) بيار بوياتسي: أبيقورس، تعريب د. بشار صارجي، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٨٠م، ص ٣٠.

(35) د. أميرة حلمي مطر: الفلسفة اليونانية تاريخها ومشكلاتها ، الجزء الثاني ، دار الثقافة للنشر والتوزيع ، القاهرة ، ١٩٨٥م ، ص ٧٨.

(36) <http://www.iep.utm.edu/c/chrysipp.htm> .

(٣٧) الفرد تارسكي : مقدمة للمنطق ومناهج البحث في العلوم الاستدلالية ، ترجمة د. عزمي إسلام ، الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر ، القاهرة ، ١٩٧٠م ، ص ٦٣:٦٥.

(38) W & M. Kneal, op. Cit., pp. 162-3.

(٣٩) عثمان أمين : الفلسفة الرواقية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٥٤م، ص ٦٦:٦٧.

(40) يوسف كرم: تاريخ الفلسفة اليونانية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، القاهرة، ١٩٣٦ م، ص ٣٠١.

(٤١) <http://www.philosophypages.com/dy/l5.htm#log> .

ثالثاً : الرمز المنطقي في العصور الوسطى :

لقد تأثر فلاسفة العصور الوسطى بأرسطو تأثراً كبيراً وإن كان يعاب على منطقة تلك الفترة اهتمامهم بالناحية الشكلية للمنطق الأرسطي ، كما قصرُوا اهتمامهم على جانب صغير من منطقهِ ولهذا جاء عرضهم له قاصراً . يقول تريكو : إن العصور الوسطى كانت بمثابة العهد الذهبي للمنطق الأرسطي الصوري بأقصى معاني الشكلية (42) ومن هنا بدأت صيحات عصر النهضة تطالب بالقضاء على هذا المنطق الصوري الذي لا يربطنا بالواقع (43) . وبهذا نجد أن العصور الوسطى قد صادرت على منطق أرسطو الذي يفترض أنها تنقله (44) .

كما تابع المنطقة العرب أرسطو حتى أنهم حافظوا على المسمى " منطق " على الرغم من أنه لا يحمل نفس المعنى الذي يحمله المصطلح في اللغة اليونانية (45) فعرفه ابن سينا بأنه علم نتعلم فيه ضروب الانتقال من أمور حاصلة في الذهن الإنساني ، إلى أمور حاصلة في الخارج (46) . ولقد أقاموا نسقهم الخاص بالقضايا على أساس قيم صدق ثلاثية ، أي أن يكون للحكم واحدة من ثلاثة قيم للصدق وهي إما أن تكون صادقة ، كاذبة أو غير معينة . إلا أن قيم الصدق هذه لا تتضح بشكل كبير إلا حين تدخل القضية في علاقة ما بقضية أخرى تتفق معها في بعض الوجوه وتختلف معها في أخرى . وهذا ما يطلق عليه اسم " الاستدلال المباشر " .

(42) د. علي عبد المعطي محمد ، د . السيد تفاعي : المنطق وفلسفة العلم ، دار المعرفة الجامعية

الاسكندرية ، ص ٧ : ٨

(43) د. علي سامي النشار : المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة ، ص ٥ : ٨

(44) M. Cope Irving : Introduction to logic , Macmillan publishing CO , Inc 6th ed , New York 1982 , p 4 : 5

(45) الفارابي : نص التوطئة لمنطق أرسطو ، تحقيق وتعليق وتقديم : د. رفيع العجم ، دار المشرق ،

بيروت ، ١٩٨٦ م . ص ٥٩ : ٦٠

(46) نيقولا ريشتر : تطور المنطق العربي ، ترجمة ودراسة وتعليق د . محمد مهران ، دار المعارف ،

الطبعة الأولى ، القاهرة ، ١٩٨٥ م ، ص ٢٠ : ٢١

ولقد بحث المناطق العرب العلاقات التي تنشأ بين الحدود في القضايا
فصنفوها أولاً إلى قسمين:

- أ- قضايا حملية : هي تلك التي تعبر عن علاقة حمل أو تضمن أو نسبة بين
حدودها ورابطتها هي "فعل الكينونة" ^(٤٧) ولقد تم تمييز أربعة أصناف فيها تبعاً
لاختلاف كم وكيف الحدود فصنفت إلى كلية وجزئية ، وموجبة وسالبة .
- ب - القضية الشرطية :

○ تنقسم القضايا الشرطية إلى قسمين متصلة ومنفصلة :

القضية الشرطية المتصلة: هي القضية التي يحكم فيها بالارتباط بين
قضية وأخرى على أساس أن أحدهما شرط للثانية، ورابطتها إذا كان... فإن... ^(٤٨).
القضية الشرطية المنفصلة : هي قضية مؤلفة من قضيتين حمليتين بينهما علاقة
عناد أو تناقض ، ورابطتها : إما.. أو.. ^(٤٩).

ولقد مزج ابن سينا بين منطق أرسطو وبين منطق الرواق فأخذ عنهم
مسألة الجهة الزمانية ، ولهذا استخدم أكثر من كلمة تدل على التحديد الزمني
للقضية مثل : دائماً ، أحياناً ، أبدأ ^(٥٠).

وإذا ما انتقلنا إلى الجهة المنطقية ، فإننا نجد أنهم قد تابعوا أرسطو في آراءه في
الجهة مع بعض الإضافات التي تتفق مع ثقافتهم ، فنجدهم أدخلوا مصطلح "
الواجب" ضمن الجهات ، وهو مصطلح أصولي استعمله الفقهاء ليعبروا عن الأمر
الإلهي ، وهو يأخذ أبعاد الضروري ولكن ضروريته تأتي من النص الشرعي ^(٥١) .

^(٤٧) محمد حمزة الغناري : شرح متن ايساغوجي لأثير الدين الأبهري ، مطبعة دار المكتب " مطبعة
عثمانية الأستاذة ، ١٢٨٧هـ - ص ١٢ : ١٣ .

^(٤٨) د. محمد فتحي عبد الله: معجم المصطلحات المنطقية وفلسفة العلوم، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر،
الإسكندرية ، ٢٠٠٢م، ص ١٢٢.

^(٤٩) Paul Veneti: logica Magna, , p.73

^(٥٠) د. عادل الفاخوري : المنطق العربي من وجهة نظر المنطق الحديث، دار الطائفة للطبع والنشر ،
الطبعة الثانية ، بيروت، ١٩٨١م، ص ١٢١ ، ١٢٢ .

^(٥١) الفارابي : نص كتاب العبارة ضمن سلسلة المنطق عند الفارابي ، الجزء الثاني ، تحقيق وتقديم وتعليق د. رفيق العجم،
دار المشرق ، بيروت، ١٩٨٦م، ص ١٨٧ : ١٨٨.

كما استخدم الفارابي ألفاظ الجهة " الممكن ، والممتنع ، الضروري ، وكذا الواجب " في أغراض ما بعد الطبيعة ، فنجده يبحث في خمس جهات أساسية هي : الواجب بذاته ، الضروري ، الواجب بغيره ، الممتنع بذاته ، الممتنع بغيره ، وأخيراً الممكن بذاته " ويستخدم الفارابي هذه الجهات في تبرير وجود كائن لا متناه ينقل الموجودات من حال الممكن بذاته إلى الواجب بغيره . إذ أن الفارابي يؤكد على ضرورة وجود العلة ، أو السبب الذي من خلاله تحدث النقلة من مرحلة الإمكان إلى الوجوب (٥٢).

كما قسم ابن رشد الضروري ، والممكن تقسيماً مطابقاً لتقسيم الموجودات إلى ما هو بالقوة وهو ما عبر عنه بالممكن ، وما هو بالفعل ، وهو ما عبر عنه بالضروري (٥٣). كما تابع المنطقة العرب أرسطو كذلك في الصياغة الرمزية للمتغيرات المنطقية ، فلقد اهتموا بتعريف الثوابت المنطقية وتحديد معناها ولكنهم تركوها في صورتها اللفظية ، أما المتغيرات فقد أعطوها رموز من أحرف الهجاء العربية والتي كانت تدل على حدود منطقية وليست قضايا كما ورد لدى أصحاب المنطق الرواقي.

تعقيب :

١- لقد ارتبطت نشأة وتطور المنطق بوجود الرمز المنطقي ، فلقد أهتم الفلاسفة قبل أرسطو بذكر الأدلة التي تدعم فكرهم وتثبت صحته ولكن فكرهم قد أنحصر في ذكر بعض الصيغ الاستدلالية ، أما المنطق كعلم له مباحثه ، قوانينه واستدلاليته عن بقية العلوم الأخرى فقد نسب لأرسطو ، وفي رأيي أن أهم خطوة قدمها أرسطو وساعدته على نشأة هذا العلم كانت هذه اللغة الرمزية التي مكنته من اختصار الأفكار وبالتالي بحث كل الاحتمالات ، ثم الوصول إلى القوانين المنظمة لهذا العلم .

(٥٢) د. عادل الفاخوري : المرجع السابق . ص ١٦٨ .

(٥٣) د. جبرار جهامي : نص تلخيص منطق أرسطو " المجد الأول " ، دار الفكر اللبناني ، الطبعة الأولى ، بيروت ، ١٩٩٢م .

٢- أن دور الرمز في المنطق الأرسطي قد أنحصر في اختصار المتغيرات التي قد ترمز لأي موضوع ، والتي أستخدم أحرف الهجاء اليونانية للتعبير عنها مثل " Q - P - S " بحيث يمكن استبدالها في داخل ذلك الثابت بقيم محددة مثل سقراط وإنسان وحيوان ، أما الثوابت التي لها معنى محدد فقد أهتم بإيضاحه، ولم يقدم لها رموز ، ولا للجهاات الزمنية أو المنطقية فكان بهذا رمزه ناقصا ، ولقد تابع منطقة العصور الوسطى آراء أرسطو في المنطق حيث أقتصر الرمز لديهم على الحدود المتغيرة أما الثوابت المنطقية فقد تركت بصياغتها اللفظية.

٣- أهتم أصحاب المنطق الرواقي بمحاولة إصلاح المنطق الأرسطي فاهتموا بتعريف الثوابت المنطقية وبيان حالات صدقها ولكن مع تركها في قالبها اللفظي ، أما الرمز المنطقي فلقد أنحصر لديهم في التعبير عن المتغيرات المنطقية والتي كانت تعبر عن قضايا وليست حدود كما هو لدى أرسطو، ولقد قدم كرسيبوس الرواقي مجموعة من الاقيسة الشرطية والتي أستخدم فيها الأعداد الحسابية للتعبير عن المتغيرات المنطقية في قضايا المركبة.

المبحث الثاني

الرمز المنطقي من ليننتز حتى فريجة

تمهيد:

لقد ظهر المنطق الرياضي نتيجة لتطبيق الأساليب الرياضية في مجال المنطق الصوري، وباستخدام لغة خاصة ذات رموز وصيغ معينة ولذا فالمنطق الرياضي يهتم أساساً بالبحث في التفكير المنطقي (استدلالاً كان أو برهاناً) من حيث هو متمثل في أنساق المنطق الصوري أو الحساب التحليلي، ومن ثم جعل المنطق الرياضي من المنطق موضوعاً له ومن الرياضيات منهجاً وطريقاً (54).

أولاً: الرمز المنطقي عند ليننتز:

يعد ليننتز هو صاحب أول محاولة لدمج المنطق بالرياضيات، فلقد حاول إقامة المنطق في صورة نسق استنباطي يتألف من قضايا نبرهن عليها باستنباطها من مجموعة من التعريفات ، المبادئ والمصادر . ولقد ساعده على هذا التطور اللغة الرمزية التي صاغ بها ليننتز منطقته، حيث أخذ أحرف الهجاء لتعبر عن المتغيرات المنطقية وإن كانت ترمز إلى أصناف وليست حدود كما هو لدى أرسطو ، كما صاغ قضاياها بحيث تتخذ صورة معادلات وقوانين على نموذج علم الرياضيات ، إذ أضاف إلى جانب الثوابت المنطقية المعروفة وهي الفصل ، اللزوم ، والتكافؤ المنطقي ثوابت أخرى خاصة بعلم الحساب وهي: (+) الجمع المنطقي ، (-) الطرح المنطقي ،

(54) د. محمود فهمي زيدان : المنطق الرمزي نشأته وتطوره ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٧٣م ،

ص ١٢ .

أيضاً: برتراند رسل: تاريخ الفلسفة الغربية ، الكتاب الأول، الفلسفة القديمة ، ترجمة د. زكي نجيب محمود
مراجعة د. أحمد أمين ، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر ، القاهرة ، ١٩٦٧م ، ص ١٢

والضرب المنطقي (\cdot) ، ($=$) المساواة ، (\neq) عدم الاتساق أو المساواة . ولقد استخدم لينتزر هذه الرموز في صياغة قضايا المنطقية ونذكر منها على سبيل المثال القضايا البديهية التالية:

١- إذا كان $a = b$ فإن $a = a$

٢- إذا كان $a = b$ و $b = c$ و $c = d$ فإن $a = d$

$a + b + c = d + e + f$

وبهذا نجد لينتزر قد حاول تطوير منطق أرسطو عن طريق إدخال لغة رمزية جديدة تعتمد على إعطاء الثوابت المنطقية لغة رمزية، بالإضافة إلى إدخال الثوابت الخاصة بعلم الحساب للتعبير عن القضايا المنطقية، والتي تعد أول محاولة للتعبير عن الثوابت المنطقية بشكل رمزي مثال :

ك.م : كل s s $s = s$

ج.م : بعض s $s = s$ "في جزء منها"

ك.س : لا s $s \neq s$ "في أي جزء منها"

ج.س : ليس بعض s $s \neq s$ (٥٥)

ثانياً: الرمز عند جورج بول :

لقد تحمس جورج بول (١٨١٥-١٨٦٤) لمحاولة لينتزر في دمج المنطق بعلم الحساب واستخدام الثوابت الخاصة بعلم الحساب للتطبيق على المنطق، فحاول إنشاء علم المنطق على هيئة علم الجبر، ولقد ساعده على تحقيق ذلك النجاح الذي حققه الجبر في امتصاص كل فروع الرياضيات وتحسينها مما دفعه إلى تطبيق قوانين الجبر على المنطق. وحجة بول في ذلك أن قوانين الجبر بالنسبة لديه هي قوانين الفكر بعامة وتطبق على كل مجالات الفكر البشري، ولذلك يمكن تطبيقها على كل فروع المعرفة بما فيها المنطق. (٥٦) ولقد علق الكسندر ماكوفليسي على

(٥٥) W Kneal & M Kneal: the development of logic, p p 336 :339

(٥٦) د. محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضيات ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٦٩م ، ص ٧٠:٧١

هذه المحاولة بقوله: "إن المنطق لم ينفصل عن الفلسفة إلا في عام ١٨٤٧، تاريخ صدور كتاب التحليل الرياضي للمنطق، للرياضي الإنجليزي جورج بول^(٥٧).

وقد تمت عملية إدماج المنطق في الجبر من خلال إقامة المنطق على نموذج علم الجبر وتحويل القضايا المنطقية إلى معادلات جبرية، بحيث أصبح المنطق جزءاً من الرياضيات.

وتعود أهمية ذلك الاندماج بين المنطق والجبر إلى أن بول قد أجرى تحويلاً جذرياً على طريقة فهم المنطق الذي لم يعد مرتبطاً بغايات فلسفية، بل أصبح مرتبطاً بالرياضيات. ولذلك نجد بول يؤكد أنه "لم يعد "من الجائز أن نجمع بين المنطق والغيبيات، بل يجب جمع المنطق بالرياضيات" (٥٨).

أما الخطوات التي قام بها بول من أجل تحويل المنطق إلى جبر فهي: (٥٩)
أ. تحويل القضايا المستخدمة في المنطق إلى معادلات جبرية تربط بينها علاقة المساواة. أي جعل علاقة المساواة هي التي تربط بين المقدمات والنتيجة. وهي العلاقة التي سيحولها رسل فيما بعد إلى علاقة لزوم.

ب. تحويل الرموز المنطقية إلى رموز كمية تقبل فقط قيمتي الصفر والواحد. والصفر يشير إلى الفئة الخالية والواحد يشير إلى الفئة الشاملة .

ج. تحويل الجمع والضرب في الجبر إلى جمع منطقي وضرب منطقي، وتطبيق العمليات الجبرية من تجميع وتبديل على العمليات المنطقية. وبنتيجة هذه الخطوات يمكن تحويل القضايا الحتمية الأربع في القياس الأرسطي إلى حساب جبري خالص، وذلك على النحو التالي:

(٥٧) الكسندر ماكوفسكي : تاريخ علم المنطق ، ترجمة : نديم علاء الدين ، دار الفارابي، بيروت، ١٩٧٨ م ، ص ٦.

(٥٨) روبير بلانشي: المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، ترجمة: د. خليل أحمد خليل، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، بدون تاريخ، ص ٣٦٨ .

(٥٩) د. رشيد محمد الحاج صالح: علاقة المنطق بالرياضيات عند رسل " حساب الفئات " نموذجاً، ص ١٥٠.

ك.م : كل س ع \leftarrow س (١-ع) صفر
 ك.س : لا س ع \leftarrow س × ع صفر
 ج.م : بعض س ع \leftarrow س × ع \neq صفر
 ج.س : ليس بعض س ع \leftarrow س (١-ع) \neq صفر (١٠)

غير أن تطبيق بول للعمليات الجبرية على المنطق لاقى بعض الصعوبات التي تمثلت في أن تطبيق قوانين الجبر على المنطق كان تطبيقاً متكلفاً لأن العمليات الجبرية لم تتلاءم كثيراً مع المنطق. فإذا أخذنا -على سبيل المثال- القانون التالي من جبر المنطق وهو "س ٢ = س"، أي أن الفئة المنطقية "العلماء" مضروبة بنفسها تؤدي إلى الفئة نفسها لأن التكرار في المنطق لا طائل منه ومجرد لغو، إن هذا القانون ليس صحيحاً في الجبر العادي لأن "٢" لا تساوي "٢" ومرد هذا الاختلاف أن رموز المنطق تعبر عن فئات وليس مجرد فئات تشير إلى أرقام كما هو الحال في الجبر العادي (١١). ولذلك يمكن القول أن جبر بول المنطقي لم يستطع التحرر من متعلقات الحساب العددي، وهذا ما أدى إلى زيف بعض قوانين جبر المنطق، وإلى عدم إمكانية تعميم قوانين الجبر على المنطق مع الاحتفاظ بخصوصية العمليات المنطقية. ولعل هذه الصعوبات هي التي أدت إلى تراجع أهمية تطبيق الجبر على المنطق من أجل إقامة المنطق على أسس رياضية جديدة، إلا أن هذا لا يقلل من أهمية جبر المنطق عند بول، والتي تتمثل في توجيه المنطق باتجاه الرياضيات، وهو توجه طبع كل المحاولات اللاحقة التي حاولت إقامة المنطق على أسس رياضية.

(٦٠) W Kneal & M Kneal : op cit , p 411

(٦١) د. محمود فهمي زيدان : المنطق الرمزي نشأته وتطوره ، ص ٨٦ : ٨٤.

ثالثاً: الرمز المنطقي عند بيانو:

إن البحوث الرياضية التي قُنعَت بالأعداد كأساس لليقين الرياضي سرعان ما تخلت عن العدد بوصفه موجوداً أولياً، وأخذت تبحث عن الحدود الأولية التي يتشكل منها العدد لكي تؤسس منطقاً رياضياً لفكرة العدد. فالرياضيات التي كانت تقف عند العدد بوصفه أساساً لليقين، وكأنها بديهياً بذاته لا يحتاج إلى تحليل لما هو أبعد منه، أخذت تبحث في إمكانية اشتقاق الأعداد من أفكار وثوابت أولية. وقد بدأ الرياضيون باشتقاق الأعداد الطبيعية لأنها أبسط الأعداد. كما تطلبت مسألة اشتقاق العدد من كائنات أولية نسقاً استتباطياً خاصاً بالعدد. ومن أهم هذه المحاولات هناك محاولة الرياضي الإيطالي بيانو Peano (١٨٥٥-١٩٣٢). والتي اشتقت مفهوم العدد الطبيعي من مجموعة من الأفكار الأولية والمسلمات (٦٢).

(٦٢) لقد أقام بيانو نسقه الخاص بالأعداد الطبيعية على النحو التالي: (٣٠)

أ. الأفكار الأولية: وهي ثلاثة أفكار:

- الصفر
- العدد
- التالي

ب. المسلمات: وهي خمس مسلمات

- الصفر عدد
- التالي لأي عدد عدد
- ليس لعددتين نفس التالي
- الصفر ليس تالياً لأي عدد
- إن أي خاصية، عندما تعود إلى عدد ما، فإنها تعود إلى التالي ذلك العدد، وتعود إلى كل الأعداد.

وبوساطة كل هذه الأفكار الأولية والمسلمات يمكن لأي رياضي أن يقيم سلسلة لا متناهية للأعداد الطبيعية، بحيث تبدأ السلسلة بالصفر ثم تعرف الواحد بأنه التالي للصفر، والعدد ٢ بأنه التالي للواحد ... وبذلك نحصل على أعداد جديدة كلما تقدمنا في السلسلة .

ولقد شارك في إقامة المنطق الرمزي في أثناء شرحه لطبيعة البرهان الرياضي وتعريفه للأعداد ، ولقد حاول بيانو صياغة القضايا المنطقية وقواعد الاستنباط في صورة رمزية خالصة دون استخدام للألفاظ ، فلقد رمز للمتغيرات المنطقية بأحرف الهجاء مثل " s , b , r " إلا أن المتغيرات لدى بيانو تعد معبرة عن القضية المنطقية دون تمييز بين موضوعها ومحمولها ، بخلاف أرسطو الذي نظر للمتغيرات على أنها حدود منطقية. ولقد عبر بيانو عن السور الكلي بالرمز $(\forall x)$ ، وإلى السور الوجودي بالرمز $(\exists x)$ ، كما وضع بيانو رموزاً للثوابت المنطقية وهي : السلب المنطقي ورمز له بـ " ~ " : تعني أن النقيضين لا يتفقان ، فإذا صدق أحدهما كذب الآخر ، والعكس .

ولقد رمز للربط المنطقي بـ " \rightarrow " : هو الذي يعبر عن " و " العطف ويصدق في حالة صدق الطرفين ويكذب فيما دون ذلك .

ولقد رمز للفصل المنطقي بـ " \vee " : هو الذي يعبر عن الثابت إما .. أو .. ويصدق في حالة صدق أحد طرفي الانفصال على الأقل .

أما التضمن فلقد عبر عنه بـ " \supset " : هو الذي يعبر عنه الثابت إذا .. إذن .. ويصدق في حالة عدم اشتماله على مقدم صادق وتالي كاذب .

و أخيراً التكافؤ المنطقي وعبر عنه بـ " \equiv " : هو الذي يعبر عن تساوي طرفي القضية المنطقية بحيث يمكن تبديل طرفيها دون الإخلال بالمعنى (١٢) .

وبهذا أستطاع بيانو صياغة كل أفكاره في صورة رمزية ودون استخدام للألفاظ هذا إلى جانب أن المصطلح الرمزي الخاص به سهل وبسيط ، ولعل بساطته هذه هي التي جذبت العديد من المناطق الذين أقبلوا عليه وأهمهم أصحاب البرنكية .

(٦٣) W Kneal & M Kneal : op cit , p 521

رابعاً: الرمز المنطقي عند فريجة^(٦٤):

أراد فريجة كتابة القضايا بعناصرها من حدود وثوابت وأسوار ، وقواعد استدلالية بلغة الدالة وبذلك ارتفع بالمنطق الصوري إلى حد بعيد⁽⁶⁵⁾، ولم يكتف فريجة بتقديم المنطق رمزيا خالصا وإنما أراد له أن يكون نسقا استتباطيا له أفكاره اللامعرفة وتعريفاته ومصادراته التي يجب أن توضع صريحة منذ البدء ومن ثم استبدل لغة الموضوع والمحمول بلغة الدالة⁽⁶⁶⁾، حتى يخطو بالمنطق خطوات واسعة نحو الصورية والإحكام. ويذهب هيلري باتنم Hilary Putnam إلى أننا من الصعب أن نرسم خطأ بين المنطق والرياضيات عند فريجة ورسل⁽⁶⁷⁾ .

ولقد كانت هذه المحاولة في تطوير المنطق الرياضي مرتبطة بتطوير اللغة المنطقية التي سعى فريجة لأن تكون لغة رمزية خالصة . إلا أن المصطلح الرمزي الذي أقامه فريجة عسير الفهم والمتابعة . فلقد ألفه بحيث يستخدم حروف الهجاء اليونانية للتعبير عن المتغيرات في القضايا ، وللإشارة للأسوار .. إلخ. كما استخدم خطوطا أفقية ورأسية برسوم معينة لتدل على الثوابت المنطقية، ولكل رسم معنى بحيث تطول الخطوط وتقصر ولكل واحد منها دلالة ، كما تتخلل تلك الخطوط أقواس لها دلالات معينة .

أ - لقد استخدم فريجة أحرف الهجاء مثل : r, p, s للتعبير عن المتغيرات المنطقية⁽⁶⁸⁾، والتي كانت ترمز لقضايا دون تمييز بين حدودها، كما هو لدى

(٦٤) فردريك جوتلوب فريجة F. G. Frege (١٨٤٨ - ١٩٢٥) من أكبر الرياضيين

الألمان في أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين . كان أستاذ الرياضيات في

جامعة Jena فيما بين ١٨٧٩ و ١٩١٨م.

(65) R. Carnap: Foundation of Logic and Mathematics, University of Chicago press, Chicago - Illinois, 1949, p.12

(٦٦) بول موي : المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد حسن زكريا، مكتبة دار العروبة، الكويت، ١٩٨١م

ص ١١٥

(٦٧) Hilary Putnam: . philosophy of logic , Gergeallen & Unwind L T D , London. 1971 p . 33.

(68) G. Frege: The Foundation of Arithmetic's ,trans. By L.Austin, Harper Torch book ,New York, 1960 , pp 134:146

أصحاب المنطق الرواقي ، جورج بول وبيانو ، وبخلاف ما ورد لدى أرسطو والمنطقة في العصور الوسطى و التي كانت تشير إلى الحدود في القضية .
 ب - استخدم فريجة كذلك بعض أحرف الهجاء للتعبير عن المحتوى في القضية الحملية والتي أشار إليها بالرمز "H" . كما رمز إلى تقريرها بالرمز "G" ، أما دالات القضية فلقد أعطاها الرمز "F" . كما أعطى رموز للحجج المنطقية وهي : x . y . z . فإذا أردت التعبير عن قضية حملية "دالة" معينة وحجتها أشرت لها على النحو التالي : $F(x)$ ، والتي تعني أن القضية "F" تتميز بالخاصية كذا "x" (69).

ج - استخدم فريجة كذلك رموز معينة للتعبير عن السور في القضية الحملية فعبر عن السور الكلي بـ " (x) " . أما بالنسبة للسور الوجودي فلقد عبر عنه فريجة بإضافة رمز السلب مرتين إلى رمز العمومية (70).

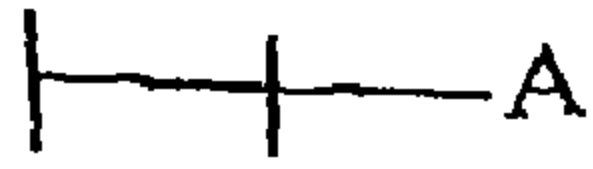
د - عرف فريجة القضايا المركبة ومن ثم عرف الثوابت المنطقية وعلى الأخص السلب ، والتضمن وهي بديهيات النسق عند فريجة .
 أما الربط ، الفصل ، و المساواة فهي من المعرفات في نسق فريجة إذ أهتم بوضع رمز معين لكل ثابت بحيث تكون له القدرة على التعبير عنه وتمييزه عن بقية الثوابت وهي :

١ - السلب : Negation:

أو الدالة المتناقضة وهي دالة ذات حجة واحدة ق حيث ق قضية من القضايا ومن الواضح أن الرمز " ١ " هو ما رمز به فريجة ليدل على أداة النفي ليس أو ما يؤدي معناها ، وتعني أن النقيضين لا يتفقان ، فإذا صدق أحدهما كذب الآخر ، ومن ثم لا تتحدد قيمة لا ق ، إلا بعد تحديد حكم ق سواء بالإثبات أو النفي .

(69) G. Frege: The Basic Laws of Arithmetic, trans. By Manigomey furth, London, 1966, pp121:123

(70) G. Frege : Function and Begriff , in collected papers by M. Black & P. Geach , oxford , 1966 . pp 130:145



٢ - التضمن أو اللزوم المنطقي: Implication

أهم فريجة بتقديم توضيح لفكرة التضمن عن طريق وضع الاحتمالات الأربعة لصديق أو كذب المقدم والتالي في القضية الشرطية المتصلة أو اللزومية فعرفه بأنه الثابت الذي يصدق في حالة عدم اشتماله على مقدم صادق وتالي كاذب. ويضعها في الصيغة التالية :



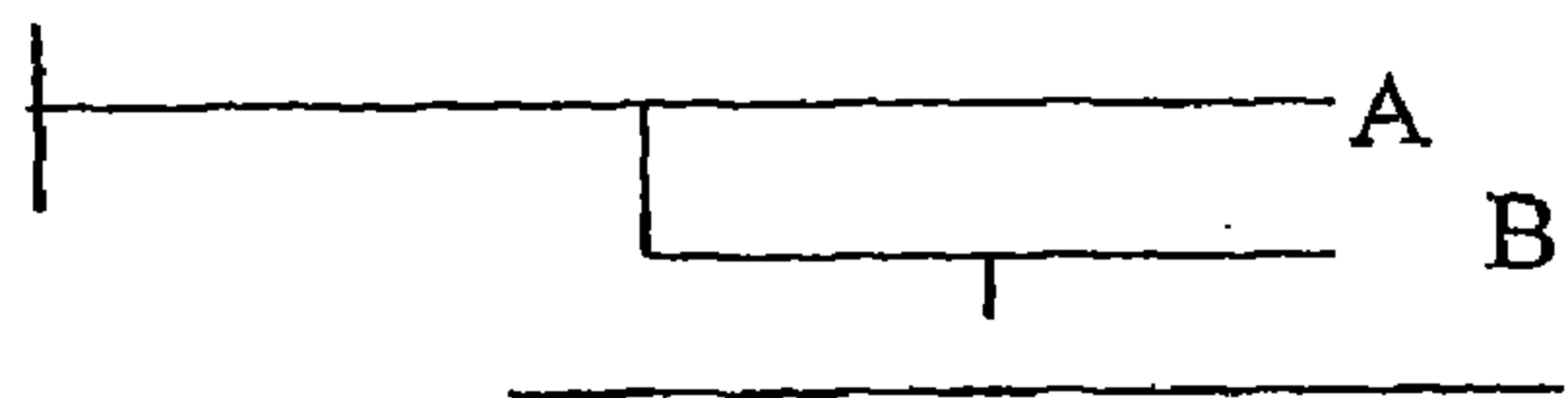
٣ - الفصل المنطقي: Disjunction

أو الدالة الانفصالية disjunctive Function وهي دالة ذات حجتين ق ، ك. وتدل على الفصل المنطقي كلمة " أو " أو كلمات " إما .. أو .. " ويطلق على الحجتين ق ، ك أسم المنفصلين أو البديلين. ولقد عرف فريجه نوعين من الفصل فإذا أخذنا (أو) بمعناها الاستبعاد Exclusive كان الفصل بين الجملتين معناه تأكيد أن إحداها صادقة والأخرى كاذبة ولقد عرفه فريجة عن طريق النفي واللزوم ويعبر عنه فريجة بالصورة الرمزية الآتية:



وتعنى هذه الصيغة عند فريجة أن هذه القضية غير قائمة إلا في حالة صدق أحد طرفي القضية وكذب القضية الأخرى (71).

أما الفصل المنطقي الضعيف فلقد أشار إليه بالرمز :



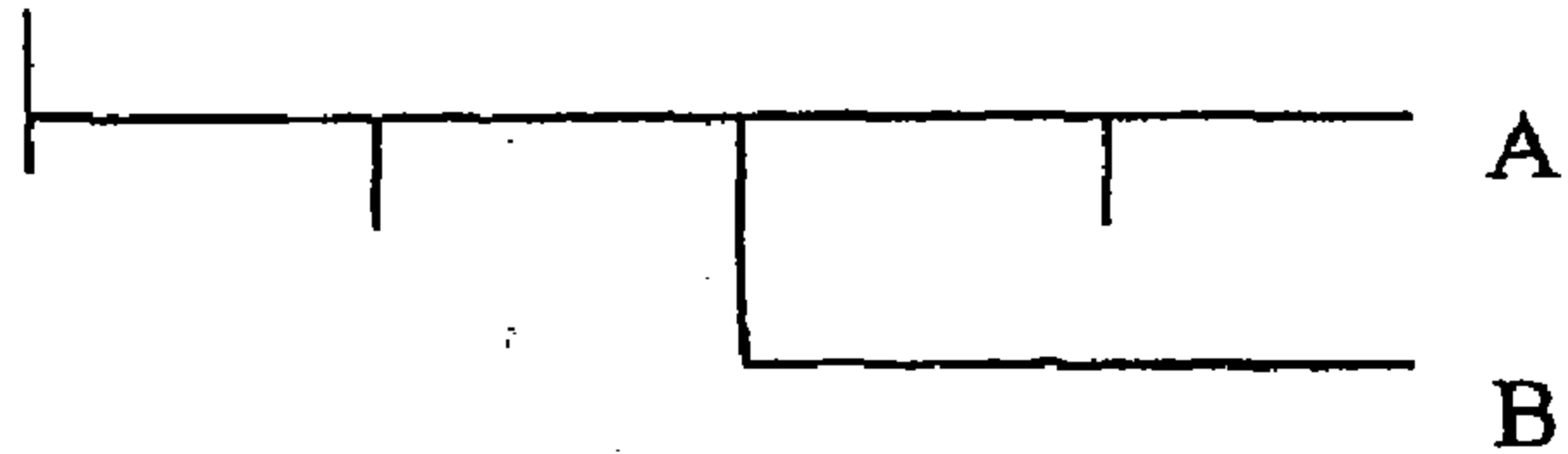
(71) Ibid . p 19 .

وتقرأ هكذا أن كذب هذه القضية الموجبة A و B لا يمكن أن يكون إلا في حالة كذبهما معا (72) .

٤ - الربط المنطقي: conjunction

تدل عليه واو العطف ، وهو ما يسمى بحاصل الضرب المنطقي ، كما تسمى القضايا التي تم ربطها على هذا النحو بعناصر الربط أو بعوامل حاصل الضرب المنطقي فإذا ما ربطنا القضيتين مثلاً : ٢ عدد صحيح موجب والقضية : ٢ < ٣ بأداة الربط (و) لحصلنا على القضية العطفية الآتية : ٢ عدد صحيح و ٢ < ٣ ويكون إثبات العطف مساوياً لتقرير صدق كلاً من القضيتين اللتين تتكون منهما القضية العطفية وإلا كان العطف كاذباً.

ويعبر فريجة عن رابطة العطف بالطريقة الرمزية الآتية (73) :



وتعني هذه الرابطة : أنه إذا كانت القضية A مرتبطة بالعطف مع القضية B فإن هذه الصيغة تكون صادقة عند صدق القضية A و B معا وكاذبة في جميع الأحوال الأخرى.

٥ - المساواة أو التكافؤ المنطقي :

يمكن التعبير عن دالة التكافؤ بالجملة الناقصة الآتية: إذا كان وفقط إذا كان. ولقد رأى فريجة أن القضية المركبة التي تتطوي على المساواة أو التكافؤ بين عنصريها⁽⁷⁴⁾ ، أنها ما يمكن تبادل مواضع العنصرين فيها دون إخلال بالصدق.

(72) G. Frege : Function and Begriff , . pp 130:145

(73) G. Frege: The Foundation of Arithmetic's , p 52

(74) محمود فهمي زيدان : المنطق الرمزية نشأته وتطوره ، ص ١٥٥ .

ويعبر فريجة عنها بلغته الرمزية هكذا:

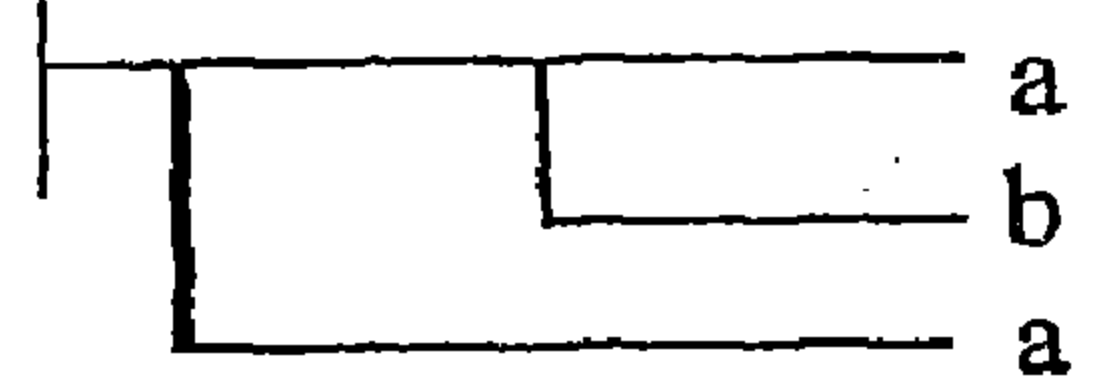
$$(A = B)$$

وتعني أن A ، B لهما نفس المحتوى و المفهوم ، ولذلك فإن B يمكن أن تحل محل A . يمكن أن تحل محل B ولقد أطلق فريجة على هذه العلاقة اسم " تساوى المحتوى Equality of Contents ".⁽⁷⁵⁾

ولقد استخدم فريجة اللزوم والنفي كفكرتين أوليتين ليس لتعريف الروابط الأخرى فقط بل وإلى جانب ذلك وضع مجموعة من البديهيات التي قامت على هاتين الفكرتين فقد قدم مجموعة من البديهيات والتي استخدم في البديهيات الثلاثة الأولى منها اللزوم فقط ، أما الثلاثة الأخرى فيستخدم فيهما النفي مع اللزوم ، ثم يضيف فريجة إلى قائمة البديهيات ثلاثة بديهيات يستخدم في اثنين منها الهوية ،⁽⁷⁶⁾ وسوف أعرض إحدى بديهيات فريجة حتى ألقى الضوء على كيفية صياغته الرمزية للقضايا البديهية في نسقه المنطقي.

البديهية الأولى .

يستخدم فيها اللزوم فقط ويعبر عنها فريجة برمزته هكذا :⁽⁷⁷⁾



وتعني هذه الصيغة a يلزم عنها القضية المركبة $(B$ يلزم عنها $A)$.

⁽⁷⁵⁾W Kneal & M Kneal : op cit, p 480

⁽⁷⁶⁾ Ibid . p 490

⁽⁷⁷⁾ G. Frege : Function and Begriff , . p 45

تعقيب:

١- لقد بدأ كل من ليبنتز وجورج بول بمحاولة لتطوير علم المنطق فنجد ليبنتز قد حاول تطوير منطق أرسطو عن طريق إدخال لغة رمزية جديدة تعتمد على إعطاء الثوابت المنطقية لغة رمزية، بالإضافة إلى إدخال الثوابت الخاصة بعلم الحساب للتعبير عن القضايا المنطقية، والتي تعد أول محاولة للتعبير عن الثوابت المنطقية بشكل رمزي، أما بول فقد حاول إنشاء علم المنطق على هيئة علم الجبر، ولقد ساعده على تحقيق ذلك النجاح الذي حققه الجبر في امتصاص كل فروع الرياضيات وتحسينها مما دفعه إلى تطبيق قوانين الجبر على المنطق. وحجة بول في ذلك أن قوانين الجبر بالنسبة لديه هي قوانين الفكر بعامة وتطبق على كل مجالات الفكر البشري، ولذلك يمكن تطبيقها على كل فروع المعرفة بما فيها المنطق.

٢- لقد شارك الرياضي الإيطالي بيانو في إقامة المنطق الرمزي في أثناء شرحه لطبيعة البرهان الرياضي وتعريفه للأعداد ، ولقد حاول بيانو صياغة القضايا المنطقية وقواعد الاستنباط في صورة رمزية خالصة دون استخدام للألفاظ، فرمز للمتغيرات المنطقية بأحرف الهجاء مثل " s , b , r " ، كما عبر عن السور الكلي بالرمز (X)، وإلى السور الوجودي بالرمز ($\exists X$) ، بالإضافة إلى وضعه رموز للثوابت المنطقية وهي: السلب المنطقي ورمز له بـ " ~ " ، و رمز للربط المنطقي بـ " . " ، أما الفصل المنطقي فرمز له بـ " V " ، أما التضمن فلقد عبر عنه بـ " \supset " ، و أخيراً التكافؤ المنطقي وعبر عنه بـ " \equiv " ، وبهذا أستطاع بيانو صياغة كل أفكاره في صورة رمزية ودون استخدام للألفاظ إلى جانب أن المصطلح الرمزي الخاص به سهل وبسيط، ولعل ببساطته هذه هي التي جذبت العديد من المناطق الذين أقبلوا عليه وأهمهم أصحاب البرنكية.

٣- أراد فريجة كتابة القضايا بعناصرها من حدود وثوابت وأسوار ، وقواعد استدلالية بلغة الدالة، وبذلك ارتفع بالمنطق الصوري إلى حد بعيد، ولم يكتف فريجة بتقديم المنطق رمزيا خالصا فحسب، وإنما أراد له أن يكون نسقا استنباطيا له أفكاره اللامبروفة وتعريفاته ومصادراته التي يجب أن توضع صريحة منذ البدء ومن ثم أستبدل لغة الموضوع والمحمول بلغة الدالة،.حتى يخطو بالمنطق خطوات واسعة نحو الصورية والإحكام، ولقد كانت هذه المحاولة في تطوير المنطق الرياضي مرتبطة بتطوير اللغة المنطقية التي سعى فريجة لأن تكون لغة رمزية خالصة . إلا أن المصطلح الرمزي الذي أقامه فريجة عسير الفهم والمتابعة . فلقد ألفه بحيث يستخدم حروف الهجاء اليونانية للتعبير عن المتغيرات في القضايا ، وللإشارة للأسوار .. إلخ. كما استخدم خطوطا أفقية ورأسية برسوم معينة لتدل على الثوابت المنطقية، ولكل رسم معنى بحيث تطول الخطوط وتقصر ولكل واحد منها دلالة .

المبحث الثالث

الرمز المنطقي بعد فريجة

تمهيد:

إن علاقة المنطق المعاصر بالرياضيات علاقة وثيقة جداً تعود إلى أن المنطق اليوم أصبح يقوم على مجموعة من الطرق والأفكار الرياضية الصورية، مثلما تقوم الرياضيات على مجموعة من الأفكار المنطقية، بحيث أصبح من العسير إيجاد تمييز دقيق وواضح بين المنطق والرياضيات البحثية⁽⁷⁸⁾.

هذا التقارب الشديد يسمح بالقول بأن المنطق المعاصر أصبح علماً صورياً مستقلاً ليس له علاقة خاصة بالفلسفة تميزه عن باقي العلوم، لأن علاقته بالفلسفة اليوم لا تختلف عن علاقة العلوم الأخرى كالفيزياء والطب بالفلسفة. إذ لم يعد المنطق علماً معيارياً⁽⁷⁹⁾.

إن عدم نجاح جبر بول في دمج المنطق بالرياضيات من جهة، والشكوك التي أخذت تظهر حول الأعداد بوصفها أساس اليقين في الرياضيات، هي التي دفعت رسل إلى البحث عن نموذج جديد للتفكير في علاقة المنطق بالرياضيات وإقامة هذه العلاقة على أسس جديدة. ويختلف نموذج رسل المنطقي عن جبر المنطق عند بول في أن الأول قام بإرجاع المفاهيم الرياضية إلى مفاهيم منطقية أولاً، وأقام المنطق على شكل نسق استنباطي ثانياً، في حين بقي بول في حدود إرجاع المنطق إلى الجبر وتطبيق القوانين الجبرية عليه.

أما بالنسبة لكل من بيانو وفريجة فلقد قرأ بيانو ذلك المصطلح الخاص بفريجة ويبدو أنه اكتشف صعوبته، كما لمس اشتراكه معه في الاتجاه الرياضي

(٧٨) برتراند رسل: أصول الرياضيات، ترجمة محمد مرسى أحمد وأحمد فؤاد الأهواني، الجزء الرابع،

دار المعارف، القاهرة، ١٩٦٤م، ص ١٣٥.

(79) <http://www.liilas.com/vb3/showthread.php?s=&threadid=63108>

والمنطقي ولهذا ابتكر مصطلحه الرمزي الفذ الأكثر سهولة ووضوحا والذي يعد أساسا لفهم أفكار فريجة المنطقية والذي استخدمه أصحاب البرنكيبيا فيما بعد .

أولاً : الرمز المنطقي عند رسل:

لقد أهتم رسل بإقامة العلاقة بين المنطق والرياضيات على أساس جديد يهدف إلى تحويل العدد من كيان رياضي إلى كيان منطقي، ومن ثم أصبحت الرياضيات تستند في يقينها إلى مقدمات منطقية خالصة، بحيث أصبحت الرياضيات جزءاً من المنطق أو نتيجة من نتائجه. ولقد أستطاع رسل صياغة كل أفكاره في صورة رمزية ودون استخدام للألفاظ هو كالتالي:

أ - لقد رمز للمتغيرات المنطقية "الموضوع" بأحرف الهجاء مثل "r, b, s" أما المحمول في القضية فلقد عبر عنه بأحرف الهجاء اليونانية مثل: D, G, P.
ب - لقد عبر رسل عن السور الكلي في القضية بالرمز (x)، وإلى السور الوجودي بالرمز $(\exists X)^{(80)}$.

ج - لقد تحمس رسل للرموز التي وضعها بيانو للثوابت المنطقية وهي: - السلب المنطقي: ورمز له بـ " ~ " : تعني أن النقيضين لا يتفقان ، فإذا صدق أحدهما كذب الآخر ، والعكس .

الربط المنطقي: لقد رمز له بـ " . " : هو الذي يعبر عن " و " العطف ويصدق في حالة صدق الطرفين ويكذب فيما دون ذلك.
الفصل المنطقي: لقد رمز له بـ " V " وهو الذي يعبر عن الثابت إما .. أو .. ويصدق في حالة صدق أحد طرفي الانفصال على الأقل $(^{81})$.

التضمن أو اللزوم: فقد عبر عنه بـ " ⊃ " : هو الذي يعبر عنه الثابت إذا .. إذن .. ويصدق في حالة عدم اشتماله على مقدم صادق وتالي كاذب.
التكافؤ المنطقي: عبر عنه بالرمز " ≡ " : هو الذي يعبر عن تساوي طرفي القضية المنطقية بحيث يمكن تبديل طرفاها دون الإخلال بالمعنى.

(⁸⁰) كريم متى : المنطق الرياضي ، مؤسسة الرسالة ، بيروت ، ١٩٧٩م ، ص ١٩٥ .

(⁸¹) M. , Joseph Bochenskiy . : A history of formal logic , translated by Ivy Thomas , .
Chelsea pub . co , New York , 1970, 2nd ed , p. 318

كما رمز لثابت الجمع المنطقي بالرمز " \cup " ، ولقد رمز للضرب المنطقي والذي أطلق عليه أحياناً أسم التقاطع بالرمز " \cap " . كما رمز إلى انتماء عنصر إلى فئة بالرمز (\in) (⁸²) .

ولقد أسهمت آراء رسل في إذابة كل الحدود بين المنطق والرياضيات البحتة وذلك لأن "الرياضيات بأكملها أصبحت تقوم على المنطق الرمزي" (⁸³) . ولعل هذا التقارب الشديد بين المنطق والرياضيات هو الذي سمح لرسل بتعريف الرياضيات ببحثة بأنها: باب جميع القضايا التي صورتها (ق يلزم عنها ك) ، حيث ق، ك قضيتان لا تشتملان على ثوابت غير الثوابت المنطقية (⁸⁴) . ومادام اللزوم هو مفهوم منطقي فإن الرياضيات كلها أصبحت جزءاً من المنطق.

ثانياً : الرمز المنطقي عند لويس :

لم ينشأ منطقة العصور الوسطى في أوروبا بحث الجزء الخاص بالمنطق الجهات ، واكتفوا فقط ببحث النظرية العامة في القياس والتي تعتمد على تصور ثنائي لقيم الصدق والكذب بالقضية ، ولقد نابح علماء المنطق ذلك الاتجاه ودرسوا المنطق باعتباره منطق ثنائي القيم ، ولعل ما ساعدهم على هذا هو نظرهم الرياضية للمنطق والتي لا يمكن لها أن تبنى إلا على تصور قضاياها إما صادقة أو كاذبة ، إلا أن أقوال رسل لرد الرياضيات للمنطق أوجدت ميل لبحث المنطق بشكل مستقل وبدأ بالتدريج اتجاه يهدف إلى دراسة الجهة المنطقية Modal concepts مثل : ممكن possible - مستحيل impossible - حادث contingent - ضروري necessary وبعض هذه التصورات يمكن أن ننسبها للقضايا التي ليست صادقة أو كاذبة ، ومن ثم ينشأ المنطق الذي يسمح بثلاث قيم للقضايا وهو ما نسميه بالمنطق متعدد القيم " Many - valued logic " .

(⁸²) B. Rusel , & .A. Whitead : Principal Mathematical , Cambredg Uneversity Press , London, Vol.1 ,1963 .p 205

(⁸³) .W Kneal & M Kneal : op cit, p 521

(⁸⁴) د عزمي إسلام : أسس المنطق الرمزي ، مكتبة الأنجلو المصرية ، القاهرة ، ١٩٨٢م ، ص ١٤٢ .

وتعد كتابات لويس C.I. Lewis التي حاول فيها تعريف الثوابت المنطقية عن طريق إدخال تصور الجهة محاولة جادة لدراسة المنطق بشكل مستقل عن الرياضيات، فلقد عرف لويس التضمن الدقيق بقوله : من المستحيل أن تكون صادقة ، q كاذبة . وعلى هذا الأساس حاول تقديم علاقة مفهومية بين p, q حيث يربطهما بتصور " الضرورة " necessity حتى يتمكن من تعريف التضمن الدقيق⁽⁸⁵⁾ . ويستخدم لويس بعض الرموز الخاصة لتمييز فكرة التضمن الدقيق عن فكرة رسل وتختصر رموزه في:

أولاً : الأفكار الأولية وهي :

- ١- القضايا ويرمز لها بالرموز p, q, r, \dots
- ٢- الرمز \sim ويشير به للاستحالة impossible
- ٣- الرمز $-$ ويشير به للسلب Negation
- ٤- حاصل الضرب المنطقي logical product مثل $p \cdot q$ أو $(p \cdot q)$ وتعني أن كلا من p, q صادقتان .
- ٥- الإمكانية \Diamond Possibility ، وتعني أن $p \Diamond$ و نقرأ: من الممكن أن تكون p صادقة " ⁽⁸⁶⁾ .

ثانياً التعريفات: Definition

بناء على هذه الأفكار يضع لويس قائمة تعريفاته وهي كالآتي :

- ١- تعريف الفصل Disjunction $(p \vee q)$ ويعني على الأقل واحدة من القضيتين p أو q تكون صادقة ⁽⁸⁷⁾ . ويعرف الفصل كما يلي
- $$p \vee q = \sim (\sim p \cdot \sim q)$$

ومعناه : إما q أو k " وتكافئ: من الكذب أن تكون (q كاذبة و k كاذبة) .

⁽⁸⁵⁾, C. I. Lewis, : A survey of symbolic Logic, Dover Publication , New York , 1960. p 45.

⁽⁸⁶⁾ C. I. Lewis :, and C. H. Langford., Symbolic Logic, Brace & World, New York, 1962 , p 132.

. Ibid . p 150 (⁸⁷)

٢- تعريف التضمن الدقيق : Strict implication

ويشير له بالرمز 3- والذي استخدم في تعريفه السلب والإمكانية

وحاصل الضرب المنطقي وهو: $p \rightarrow q = \sim (p - q)$

ويقرأ التعريف كما يلي: "ليس من الممكن أن تكون P صادقة ، q كاذبة " .

٣- التكافؤ المنطقي logical Equivalence مثل $p = q$ والتي

تحدث عنها حين قدم تعريفات متبادلة للثوابت المنطقية .

ولقد رمز للتكافؤ بـ: $ق = ك$ ، $(ق \rightarrow ك) = (ك \rightarrow ق)$.

ومعناه : $(ق \rightarrow ك)$ تكافئ $(ق \rightarrow ك)$ يلزم عنها لزوماً دقيق $(ك \rightarrow ق)$ و $(ك \rightarrow ق)$ يلزم عنها لزوماً دقيق $(ق \rightarrow ك)$ وبهذا تكون القضيتان متكافئتين إذا كانت كل منهما تلزم عن الآخر ⁽⁸⁸⁾ .

ولقد عاصر رسل محاولة لويس هذه حيث نقد رسل فكرته عن الجهات وذلك على أساس أن فكرة "دالة القضية" يمكن أن تحل محل جهات القضية، فإذا كانت دالة القضية صادقة دائماً فهي تحل محل القضية الضرورية ، أما إذا كانت الدالة صادقة أحياناً تحل محل الممكنة، وإذا كانت دائماً كاذبة تكون قضية مستحيلة ⁽⁸⁹⁾ ولهذا اعتبر رسل أن تمييزه بين القضيتين ودالة القضية أدى إلى إلغاء مبحث الموجهات . ولقد أقر لويس مجموعة من النظريات التي تترتب على تعريف الجهات وتتعلق بالصدق أو الكذب فيها فيقرر ما يلي :

١- $ق \rightarrow ق$. وتعني ما هو صادق فهو ممكن منطقياً .

٢- $ق \rightarrow \sim ق$. وتعني: ما هو مستحيل فهو كاذب .

٣- $\sim ق \rightarrow ق$. وتعني: ما هو ضروري فهو صادق ⁽⁹⁰⁾ .

⁽⁸⁸⁾ لقد قدم بيكر محاولة لتطوير رمزية لويس إلى رمزية أفضل بحيث يقضي على بعض الصعوبات التي يمكن أن تعترض البرهنة على القضايا، ولهذا استخدم الرمز \square ليعني به " أنه من الضروري

$$P \square = \sim \Diamond \sim p$$

القضية " P ضرورية " تعني " ليس ممكن أن تكون p كاذبة " .

⁽⁸⁹⁾ W Kneal & M Kneal : op cit, p 551

⁽⁹⁰⁾ C.I Lewis, and C.H. Langford., : Symbolic Logic, p 147

ثالثاً: الرمز المنطقي عند لوكاشيفتش⁹¹:

أهتم لوكاشيفتش بدراسة المنطق متعدد القيم والتي استفاد كثير من جوانبها من معالجة أرسطو لمنطق الجهات: الممكنة ، المحتملة ، الضرورية ، والممتنعة في كتابي العبارة والتحليلات الأولى، فلقد رغب في إنشاء نسق منطقي ثلاثي القيم، و إلى صياغة نظرية تحتوى على القوانين الخاصة بالمنطق التقليديّة والتي تبحث في منطق الجهات، و بهذا يستطيع التغلب على مذهب الحتمية الفلسفي، وإنشاء نسق متعدد القيم يمكن أن تصل قيمه إلى ما لا نهاية له.

ولقد بدأ لوكاشيفتش نسقه المنطقي بذكر الأفكار الأولية وهي :

١- المتغيرات القضائية p, q, r, \dots وكل منها يأخذ ثلاثة قيم هي صادق ، كاذب ، و ممكن $\{ M, F, T \}$ وهذه القيم عددياً هي $1, 0, \frac{1}{2}$ على التوالي.

٢- p كاذبة ويرمز لها بالرمز Np أي $(non - p)$

٣- p قضية ممكنة ويرمز لها بالرمز Mp

٤- p ليست ممكنة ويرمز لها بالرمز NMP

٥- $(non-p)$ ممكنة ويرمز لها بالرمز MNP

٦- $(non-p)$ ليست ممكنة ويرمز لها بالرمز $NMNP$

٧- كما يحدد لوكاشيفتش التضمن بدقة ويستخدم الرمز c الذي يشير إلى التضمن ليميز فكرته عن فكرة رسل و لويس⁹²).

فالعبرة : إذا كانت p صادقة إذن q صادقة كذلك. تكتب في رمزية لوكاشيفتش بالصورة التالية :

(⁹¹) ولد لو كاشيفتش في عام ١٨٧٨ م ، أهتم بدراسة علم الرياضيات والفلسفة وبعد حصوله على شهادة الدكتوراه في الفلسفة سنة ١٩٠٢ ، عين محاضراً في الفلسفة ، تدرج في المناصب العلمية حتى أصبح في سنة ١٩١٩ م وزيراً للتربية ، ولقد أسهم المنطقي البولندي في محاولة إصلاح علم المنطق المعاصر، فطور كثير من المفاهيم والمصطلحات في المنطق الرياضي ، ولقد ساعد في نشأة للمدرسة البولندية التي طورت أبحاثها المنطق حتى يتفق مع طبيعة الدراسة في هذا العلم . انظر: يان لوكاشيفتش: نظرية القياس الأرسطية ، ترجمة عبد الحميد صبره، ترجمة ، منشأة المعارف ، الإسكندرية ، ١٩٦١ م ، ص ٥١ المقدمة .

(⁹²) W Kneal & M Kneal : op cit, p 521

C p q

٨- كما استخدام الرمز لكي يشير إلى السور الجزئية وهو : \sum
والسور الذي يشير إلى التعميم وهو : $\Pi p = \text{all } p$ (93)

ثانيا : الأفكار المعرفة Defined Ideas .

لقد استخدم لوكاشيفتش قائمة تعريفاته حتى يستطيع تعريف الثوابت المنطقية الأخرى والتي جاء تعريفه لها كما يلي :

١- الفصل المنطقي ويرمز له بالرمز A ويعرف كما يلي :

$$A p q = CCpqq$$

ب- الوصل المنطقي ويرمز له بالرمز k ويعرف كما يلي :

$$k p q = NANpNq$$

ج- التكافؤ المنطقي ويرمز له بالرمز E ويعرف كما يلي (94) :

$$E p q = kcpqcqp$$

لقد لمس لوكاشيفتش صعوبة المصطلح الرمزي الخاص بمنطق لويس وذلك من خلال صعوبة كتابته، فكثير من رموزه يجب رسمها باليد وأغلب الظن أن لوكاشيفتش أراد وضع لغة رمزية خاصة بالمنطق يسهل قراءتها وحفظها ما دامت رموز منطقته مأخوذة من الأحرف الأولى للمصطلح في اللغة الهولندية ، كما أن الرمز المنطقي بهذا الشكل أصبح سهل الكتابة باستخدام الآلات الكاتبة وكان لوكاشيفتش أراد منطقاً رمزياً سهل في القراءة والكتابة والحفظ.

رابعاً : الرمز المنطقي لدى هلبيرت:

أهتم هلبيرت بصياغة نظرياته المنطقية في صورة رمزية خالصة تتسم بالدقة والوضوح ، و البساطة (95)، والتي ساعدته على التناول العلمي المحكم لموضوعه والتي قسمها إلى نوعين متغيرات وثوابت .

(93) Johnson Baugh; : Discrete mathematics, Upper Saddle River, NJ: prentice Hall, London, 1997, p.1.

(94) Ramsay, Allan: Formal methods in artificial intelligence, Cambridge University press, Cambridge, New York, 1988, P.15.

(95), P.H. Niditch:, Propositional calculus , Free Press of Glencoe , New York , 1962 , p .61 .

أ- المتغيرات: اعتمد هيلبرت على رموز تشير إلى القضايا ، انطلاقاً من اهتمامه بالقضية ككل مستخدماً الرموز : $X, Y, Z, \dots V$ إلخ للدلالة على القضايا ⁽⁹⁶⁾ وهي رموز غير محددة المعنى وقابلة للاستبدال بشرط ألا يترتب على هذا الاستبدال تناقض البديهيات ⁽⁹⁷⁾ .

ب - الثوابت : أما فيما يختص بالثوابت المستخدمة في نسق هيلبرت المنطقي ، فهي تعبر عن رموز لا يتغير معناها رغم اختلاف مواضعها و الصورة الرمزية للثوابت هي : ⁽⁹⁸⁾

١- النفي أو السلب Negation :

يرمز هيلبرت للنفي بوضع شرطة فرق المتغير المراد نفيه هكذا : (\bar{M}) ، والتي تعبر عن دالة صدق بسيطة مكونة من متغير ثابت واحد فقط ⁽⁹⁹⁾ .

٢- الوصل أو العطف المنطقي :

يرمز هيلبرت للوصل بالرمز $(\&)$ ، ويمكن تمثيل صورته العامة بالصيغة التالية : $(X \& Y)$ والتي تعبر عن دالة الوصل أو الربط ، ويقابل الضرب في الرياضيات ، والتي يقتضي صدقها صدق كل من X و Y ⁽¹⁰⁰⁾ .

٣- الفصل المنطقي :

يرمز هيلبرت للفصل بالرمز " V " . والذي يعتبر عند الفصل الضعيف أو الجامع والذي يقتضي بصدق القضية في حالة صدق طرفاها أو أحدهما على الأقل ⁽¹⁰¹⁾ .

٤- اللزوم Implication :

يرمز هيلبرت للزوم بـ (\rightarrow) وهو يخالف الرمز الشائع للزوم في المنطق الرمزي وهو (\subset) ويعبر عنه لغوياً بـ : " إذا .. فإن .. " وينتج عن الربط بين

⁽⁹⁶⁾ Ibid , p 79.

⁽⁹⁷⁾ د. عزمي إسلام : أسس المنطق الرمزي ، ص ١٢٢ .

⁽⁹⁸⁾ د. محمد محمد قاسم : المدخل إلى فلسفة العلوم ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ١٩٩٦ م ، ص ٣٢٠ .

⁽⁹⁹⁾ D . Hilbert , and W. Ackermann ,: The Principles of Mathematical logic, Tran. By M. Lewis ,Chelsea publishing ,American Mathematical Society , New York ,1999, p . 23 .

⁽¹⁰⁰⁾ Ibid , p.31.

⁽¹⁰¹⁾ M .Irving Cope: Symbolic logic, Macmillan, New York, 1954, P239.

المتغيرين X و Y بثابت اللزوم والحصول علي قضية مركبة ، يطلق عليها دالة اللزوم المنطقي وهي: $X \rightarrow Y$. وتقرأ علي النحو التالي : إن صدق القضية (X) يلزم عنه صدق القضية (Y). ولقد أكد أن اللزوم يعد معبراً عن علاقة منطقية بين المبادئ والنتائج ، وهذه العلاقة ليست بالعلاقة المتبادلة بين المقدم والتالي (¹⁰²).

٥- التكافؤ أو المساواة:

يرمز هيلبرت للتكافؤ " بالرموز التالي " \sim (¹⁰³) في مقابل رمز التكافؤ الشائع وهو (\equiv) ، وهو ثابت مألوف في الرياضيات - ويلعب دوراً مماثلاً لدور علاقة التساوي في الجبر ، كما أن التساوي ($=$) يعبر عن الهوية دون الاشتراك في المعنى (¹⁰⁴) مع استبعاد إمكان صدق إحداهما مع كذب الأخرى .

و بعد أن وضع هيلبرت أفكاره الأولية والخاصة بقائمة التعريفات المنطقية نجده يضع قائمة من البديهيات والتي تعد قضايا صادقة أو تحصيل حاصل وهي :

- a- $X \vee X \rightarrow X$
- b- $X \rightarrow X \vee X$
- c- $X \vee Y \rightarrow Y \vee X$
- d- $(X \rightarrow Y) \rightarrow (Z \vee X \rightarrow Z \vee Y)$

خامساً: الرمز المنطقي عند كل من بوركوفسكي وتشيرش :

أ - الرمز المنطقي في نسق بوركوفسكي : استخدم سلوبيسكي بوركوفسكي

نوعين من الرموز في نسقه المنطقي وهي :

١- رموز تشير بها إلي المتغيرات القضائية مثل:

$P, q, r, s, p_1, q_1, r_1, s_1, \dots$

وتشير هذه المتغيرات إلي قضايا ، أو جمل sentences توصف بأنها إما صادقة true أو كاذبة false .

٢- الثوابت المنطقية وهي تمثل الروابط التي تقوم بين المتغيرات القضائية لتشكل صيغاً مركبة ، وتشمل :

(¹⁰²) د. عزمي إسلام : المرجع السابق ، ص ١٥٢ .

(¹⁰³) D. Hilbert, and , W. Ackermann.: Principles of mathematical logic, p.4.

(¹⁰⁴) د. محمد ثابت الفندي : أصول المنطق الرياضي ، ص ١٢٣ .

- ثابت النفي negation ويرمز له بالرمز \neg ، ويصبح التعبير " $\neg p$ " معبراً عن نفي القضية p ويقرأ : أن p ليست صادقاً .
- ثابت الوصل conjunction ويرمز له بالرمز \wedge ، الذي يعبر عن الضرب المنطقي في الصيغة المركبة " $p \wedge q$ " والتي تقرأ " p و q " .
- ثابت الفصل disjunction ورمزه \vee ، والذي يعبر عن الجمع المنطقي في الصيغة المركبة " $p \vee q$ " والتي تقرأ على النحو التالي : " p أو q " .
- ثابت التضمن implication ورمزه \rightarrow ، والذي يربط بين متغيرين ويكتب على النحو التالي : " $p \rightarrow q$ " وتقرأ هكذا : "إذا كان p فإن q " .
- ثابت التكافؤ equivalence ورمزه $=$ ، حيث الصيغة المركبة " $p = q$ " تقرأ على النحو التالي " p إذا وإذا فقط q " .⁽¹⁰⁵⁾

ب - الرمز المنطقي عند تشيرش⁽¹⁰⁶⁾ :

ويقوم المنطق الصوري عند تشيرش على أساس ابتكار لغة خاصة ، هي اللغة الصورية A Formalized Language ، كما يعتمد هذا المنطق على المنهج الرياضي الصوري لإقامة مثل هذه اللغة⁽¹⁰⁷⁾ ، ثم يصرح تشيرش ببعض القواعد الدقيقة التي ينبغي الالتزام بها عند بناء (اللغة)⁽¹⁰⁸⁾ ، والتي تعبر عن حدث

(¹⁰⁵) د. ماهر عبد القادر : التطور المعاصر لنظرية المنطق ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٨٨م ، ص ١٠١:١٠٥ .

(¹⁰⁶) يعد " تشيرش " من رجال المنطق الرياضي المعاصر ، اهتم بالمنطق وفلسفة اللغة ومن المساهمين في نشر المنطق الرياضي من خلال وظيفته كأستاذ بجامعة Princeton ، قدم تشيرش وجهة نظر صورية معاصرة في المنطق من خلال أهم مؤلفاته " مقدمة في المنطق الرياضي عام ١٩٤٤ م والذي يعد مقدمة طيبة لهذا الموضوع ، بالإضافة إلى صياغة منطق المعنى والإشارة عام ١٩٥١ م ، و الرياضيات والمنطق ١٩٦٢ م .

(¹⁰⁷) , Alonzo Church: Introduction to mathematical logic, Princeton University press, Princeton, N. J. London , 1956, pp. 1-2.

(¹⁰⁸) Ibid., p. 47.

أو واقعة جزئية معينة ، ومن ثم نجد المتغيرات لدى تشيرش أصبحت تتعامل مع المواد التي يلقاها المرء في خبراته اليومية⁽¹⁰⁹⁾ ، وهذه الفكرة نجد أصولها عند أصحاب المنطق الرواقي، حيث ترمز قضاياهم المنطقية إلى وقاع جزئية مما يمر به الإنسان في حياته اليومية.

لقد بدأ تشيرش نسقه المنطقي بتحديد مصطلحات اللغة لديه والتي اعتمد علي المنهج الرمزي ، المنطقي ، والرياضي لصياغتها ، ومن ثم قام بوضع قائمة الرموز " اللغة الصورية " والتي يتم استخدامها في منطقته ، وهي : ثوابت، متغيرات، روابط و عوامل .

١- الثابت: يعبر الثابت من وجهة نظر تشيرش على اسم عام، أو معنى كلي ويرمز له بالرموز الخاصة بأحرف الهجاء في اللغة مثل: s, r, q, p .
٢- المتغير: يشير المتغير إلى معنى مماثل لمعنى الاسم العام أو الثابت باستثناء كونه متنوع، ومتغير، إذ يعبر عن حدث أو واقعة جزئية معينة ويرمز تشيرش للمتغيرات بالرموز q_2, p_2, s_1, q_1, p_1 .

٣- الروابط : لقد نظر تشيرش للروابط باعتبارها تمثل تأليف من الرموز ، التي تربط ثابت معين بواحد أو أكثر من الثوابت الأخرى، أو المتغيرات على حد سواء ،و تشمل:

• النفي المنطقي : يعتبر النفي الرابط القضائي الوحيد الذي يُطبق علي قضية واحدة فقط من أجل إنتاج قضية تنفي هذه القضية ، ويرمز تشيرش للنفي بالرمز (\sim) الذي يوضع قبل القضية المراد نفيها: $(\sim A)$.

• الفصل المنطقي : ورمزه (V) ، ولقد تحدث تشيرش عن نوعي

الفصل : الضعيف والذي يصدق في حالة صدق طرفي

الفصل أو أحدهما على الأقل والقوي الذي يصدق في حالة

صدق أحد طرفي الفصل فقط.

(109) Ibid., p.3.

- اللزوم المادي : ورمزه (\supset) ويتشكل منه دالة الصدق القضية الشرطية ، وصيغتها ($p \supset q$) وتقرأ إذا كانت (p) صادقة فإن q تصدق . أو تلزم (q) لزوماً مادياً عن (p) علي أن تكذب هذه الدالة فقط في حالة صدق (p) وكذب (q) .
- عكس اللزوم : ورمزه (\supset) ويتشكل منه دالة عكس اللزوم وصيغتها ($P \supset q$) ويقصد بها صدق p لو صدقت q علي أن تكذب الدالة في حالة واحدة فقط هي كذب p وصدق q .
- التكافؤ المنطقي : ورمزه (\equiv) ويتشكل منه دالة الصدق الثنائية الشرط ، وصيغتها ($p \equiv q$) وتقرأ هكذا :
p صادقة إذا وفقط إذا كانت q صادقة. و يقصد بها تكافؤ (p) (مادياً) مع (q) وتكذب هذه الدالة في حالة صدق إحداها و كذب الأخرى p, q وتصدق في حالة صدقهما أو كذبهما معاً⁽¹¹⁰⁾ .
- الوصل المنطقي : لم يضع تشيرش رمزاً للوصل ، بل اعتبره مثل علامة الضرب قابل للحذف ، ويتشكل من هذا الرابط الوصل وصيغتها ($q p$) - والتي تعني عند تشيرش q و p.
- نفي الوصل المنطقي : ورمزه الشرطة (\neg) ويتشكل منه دالة التنافر ، وتعني نفي كل من $p \neg q$ أو ليس كلاهما معاً .
- نفي التكافؤ المادي : ورمزه \neq ، ويتشكل منه الدالة التالية :
 $p \neq q$ و التي تعني (P) أو (q) ولكن ليس كلاهما معاً أو (p) ليست متكافئة مادياً مع (q) ، وتصدق هذه الدالة في حالة صدق أحدهما وكذب الأخرى وتكذب في حالة صدقهما أو كذبهما معاً .
- نفي اللزوم المادي : ورمزه (\nrightarrow) ويتشكل منه الدالة : $q \nrightarrow p$ وحكمها عكس حكم اللزوم أي أنها تصدق في حالة واحدة وهي : صدق المقدم وكذب التالي .

(110) Ibid, p. 48.

• نفي الفصل المنطقي : ورمزه (\bar{v}) ، ولقد تحدث تشيرش عن دالة نفي الفصل والتي تأخذ عكس حكم الفصل المنطقي أي أنها تصدق في حالة كذب طرفي القضية وتكذب في حالة صدق طرفي الفصل أو أحدهما على الأقل .

• عكس نفي اللزوم : ورمزه (\nrightarrow) ، ويتشكل منه الدالة: $p \nrightarrow q$ علي

أن تصدق الدالة فقط في حالة كذب (p) و صدق (q) ^(١١).

ولقد أهتم تشيرش بوضع بعض التعريفات للثوابت المنطقية باستخدام بعض الثوابت الأخرى والتي ألفها عن طريق وضع الثابت المراد تعريفه أولاً ثم يضع سهم (\rightarrow) والذي يؤدي معنى يلزم عنه أو يساوي أو يكافئ ، ثم يضع التعريف ^(١٢). مثال تعريف التكافؤ المنطقي وهو: $p \equiv q \rightarrow \{ (p \subset q) (q \subset p) \}$

تعقيب :

١- لقد جاءت آراء رسل في المنطق الرمزي تتويج لجهود السابقين عليه، فلقد استفاد من محاولة جورج بول في إنشاء منطق يقوم على أساس الرياضيات وتعريفات فريجة للثوابت المنطقية، والمصطلح الرمزي الخاص ببيانو لتأسيس آراءه في المنطق الرياضي والذي قام على إلغاء الحدود بين المنطق والرياضيات البحتة وهذا التقارب الشديد بين المنطق والرياضيات هو الذي سمح لرسل بتعريف الرياضيات البحتة بأنها: باب جميع القضايا التي صورتها (ق يلزم عنها ك)، ومادام اللزوم هو مفهوم منطقي فإن الرياضيات كلها أصبحت جزءاً من المنطق.

٢- تعد كتابات لويس C.I. Lewis والتي حاول فيها تعريف الثوابت المنطقية عن طريق إدخال تصور الجهة محاولة جادة لدراسة المنطق بشكل مستقل عن الرياضيات ، فلقد رغب في إنشاء نسق منطقي متعدد القيم، و إلى صياغة نظرياته بحيث تحتوى على القوانين الخاصة بالمنطق التقليدية والتي

^(١١) Ibid, P.37.

^(١٢) Ibid., p. 49-50.

تبحث في منطق الجهات، و بهذا يستطيع التغلب على مذهب الحتمية الفلسفي.
و لقد انحصرت رموزه المنطقية في:

القضايا المنطقية والتي رمز لها بالرموز p, q, r ، أما الرمز " \sim " فلقد أشار به للاستحالة. أما الرمز $-$ فيشير به للسلب المنطقي، أما الإمكانية فلقد عبر عنها بالرمز \Diamond أما الفصل المنطقي فقد رمز له بـ " \vee ". أما التضمن فيشير له بالرمز " \supset " والتكافؤ المنطقي بالرمز " $=$ ".

٣- لقد لمس لوكاشيفتش صعوبة المصطلح الرمزي الخاص بمنطق لويس وذلك من خلال صعوبة كتابته، فكثير من رموزه يجب رسمها باليد وأغلب الظن أن لوكاشيفتش أراد وضع لغة رمزية خاصة بالمنطق يسهل قراءتها وحفظها ما دامت رموز المنطقية مأخوذة من الأحرف الأولى للمصطلح في اللغة الهولندية ، وهي :
المتغيرات القضائية والتي رمز لها بـ p, q, r .

p كاذبة ويرمز لها بالرمز Np ، أما القضية الممكنة فيرمز لها بالرمز " M "
كما استخدم الرمز c ليشير إلى التضمن. أما الفصل المنطقي فيرمز له بالرمز " A ". والوصل المنطقي يرمز له بالرمز " k " ، والتكافؤ المنطقي فيرمز له بالرمز " E ".

٤- أهتم هلبيرت بصياغة نظرياته المنطقية في صورة رمزية خالصة تتسم بالدقة، الوضوح، والبساطة، ولقد ساعده على هذا تناول العلمي المحكم لموضوعه اللغة الرمزية الدقيقة التي استعان بها للتعبير عن أفكاره والتي صنفها إلى : المتغيرات :
اعتمد هلبيرت على رموز تشير إلى القضايا ، انطلاقاً من اهتمامه بالقضية ككل مستخدماً الرموز : $X, Y, Z, \dots V$ إلخ للدلالة على القضايا. الثوابت المنطقية وهي : النفي المنطقي ويرمز له بوضع شرطة فوق المتغير المراد نفيه هكذا : (\bar{M}) . أما الوصل المنطقي : فيرمز له بالرمز $(\&)$ ، كما استخدم هلبيرت الرمز " \vee " للتعبير عن الفصل المنطقي. يرمز هلبيرت للزوم بـ (\rightarrow) ، ولقد رمز هلبيرت للتكافؤ بالرموز التالي " \sim ".

هـ- يقوم المنطق الصوري عند تشيرش علي أساس ابتكار لغة خاصة ، تعتمد علي المنهج الرياضي الصوري لإقامته،ومن ثم يصرح تشيرش ببعض القواعد الدقيقة التي ينبغي الالتزام بها عند بناء (اللغة) والتي رآها تعبر عن حدث أو واقعة جزئية معينة ،ومن ثم نجد المتغيرات لدى تشيرش أصبحت تتعامل مع المواد التي يلقاها المرء في خبراته اليومية و يرمز لها بـ " q_2, p_2, s_1, q_1, p_1 أما الثابت المنطقي فيعبر عن معنى عام أو كلي ويرمز له بالرموز s, r, q, p ، أما الروابط المنطقية فهي التي تؤلف القضايا المركبة والتي أخذ معظمها من أصحاب البرنكيبا.

الخاتمة:

١- لقد اقترنت نشأة وتطور الرمز المنطقي بنشأة وتطور علم المنطق، إذ أن علم المنطق يعد من العلوم التي يمكن العودة بنشأتها إلى بدأ الوجود البشري فما دامت هناك عقول تفكر فلا بد لها من أداة تكسب هذا التفكير اليقين، وبالنسبة للفلاسفة اليونان قبل أرسطو كانت لديهم صياغات استدلالية توضح إيمانهم بالعلاقات اللزومية بين المقدمات والنتائج، كما عرفوا أكثر من نوع من القضايا المنطقية، كما استخدموا الجهات المنطقية والبرهان المنطقي لعرض آرائهم وإثبات صحتها، إلا أنها لم تخرج عن إطار كونها صيغ استدلالية ولم ترقى لمستوى النظرية. أما أرسطو فلقد أهتم ببحث قواعده وقوانينه بشكل محكم، ولقد ساعده على هذا اللغة الرمزية التي ابتكرها لمحاولة اختصار الأفكار والتي مكنته من دراسة كل الاحتمالات، والتركيز على بحث العلاقات القائمة بين الثوابت المنطقية، ولهذا تمكن من وضع قواعد ونظريات علم المنطق.

٢- لقد اقتصر الرمز في المنطق التقليدي على التعبير عن المتغيرات المنطقية فقط، إلا أن الرمز المنطقي قد اتسعت دائرته في الأنساق المنطقية الحديثة، فلقد تنبّه المناطق إلى الدور الذي يلعبه الرمز في تطوير علم المنطق وأيقنوا أن الخروج عن الإطار الذي ألفه أرسطو لن يتم إلا بتطوير اللغة الرمزية لعلم المنطق وتتلخص فيما يلي:

أ- لقد حاول ليننتز تطوير علم المنطق عن طريق إدخال الثوابت الخاصة بعلم الحساب للتعبير عن الثوابت المنطقية، إلا أنه كان شديد التأثير بأرسطو ولم يشأ الخروج عنه ولهذا جاءت محاولته لتطوير علم المنطق قاصرة.

ب - حاول جورج بول تطوير علم المنطق عن طريق إنشاء جبر منطقي وبإدخال الرموز الخاصة بعلم الجبر للتعبير عن الثوابت المنطقية ، وأن كانت محاولته قد واجهت صعوبات تمثلت في اختلاف طبيعة علم الجبر عن المنطق واختلاف النتائج فيما بينهما، ولهذا تضمنت محاولته كثير من الأخطاء.

ج - لقد لمس بيانو الصعوبات التي واجهت المناطق قبله ، هذا بالإضافة إلى أنه كان معاصراً لفريجة والذي قدم مفهوم جديد للثوابت المنطقية مستقل عن علم الحساب والجبر ، وإن كان أخذ على فريجة صعوبة مصطلحه الرمزي الذي ألفه بحيث يستخدم حروف الهجاء اليونانية للتعبير عن المتغيرات في القضايا ، وللإشارة للأسوار .. إلخ. كما استخدم خطوطاً أفقية ورأسية برسوم معينة لتدل على الثوابت المنطقية ، ولكل رسم معنى بحيث تطول الخطوط وتقصّر ولكل واحد منها دلالة ، ولهذا حاول بيانو تقديم مصطلح رمزي أكثر سهولة ويسر ، والذي تحمس له رسل و اعتمد عليه في صياغة آراءه.

د - لقد تمثلت إسهامات كل من لويس ولوكاشيفتش في محاولة بناء منطق متعدد القيم ، يقوم على تصور الجهة المنطقية ، مع صياغة المنطق في صورة رمزية خالصة تمثلت في التعبير الرمزي عن الثوابت ، المتغيرات ، والجهات المنطقية ، ولقد اعتمد لويس على الثوابت الخاصة بالبرنكيبا للتعبير عن الثوابت الخاصة به ، أما الجهات المنطقية فلقد عبر عنها برسومات معينة وهي: الضرورة: □ ، الإمكان: ◇ ، أما الممتنع أو المستحيل فقد عبر عنه بالرمز: ~ ◇ . أما لوكاشيفتش فقد حاول تقديم لغة رمزية أكثر بساطة للتعبير عن المصطلح المنطقي والتي تمثلت في استخدام الحرف الأول من أحرف الهجاء الهولندية للمصطلح فرمز للممكن بالرمز: M ، واستخدم الرمز C ليشير إلى التضمن. أما الفصل المنطقي فيرمز له بالرمز "A" . والوصل المنطقي يرمز له بالرمز "k" ، والتكافؤ المنطقي فيرمز له بالرمز "E" .

هـ - أهتم كل من هلبيرت و تشيرش بصياغة نظريتهما المنطقية في صورة رمزية خالصة تتسم بالدقة، الوضوح، والبساطة، ولقد ساعدهما على هذا التناول العلمي المحكم للموضوع اللغة الرمزية الدقيقة التي استعاننا بها للتعبير عن أفكارهما والتي صنفها هلبيرت بحيث تشير المتغيرات إلى قضايا رمز لها بـ : X, Y, Z . أما الثوابت المنطقية وهي: النفي المنطقي فلقد رمز له بوضع شرطة فوق المتغير المراد نفيه هكذا : (\bar{M}) . أما الوصل المنطقي : فيرمز له بالرمز $(\&)$ ، كما استخدم هلبيرت الرمز "V" للتعبير عن الفصل المنطقي. ويرمز هلبيرت للزوم بـ (\rightarrow) ، أما التكافؤ فلقد عبر عنه بالرمز " \sim " . أما تشيرش فلقد نظر للغة على أنها تعبر عن حدث أو واقعة جزئية معينة، ومن ثم نجد المتغيرات لدى تشيرش أصبحت تتعامل مع المواد التي يلقاها المرء في خبراته اليومية و يرمز لها بـ " p_1, q_1, s_1, p_2, q_2 . أما الثابت المنطقي فيعبر عن معنى عام أو كلي ويرمز له بالرموز p, q, r, s ، أما الروابط المنطقية والتي تؤلف بين القضايا البسيطة لتتكون القضية المركبة فلقد أخذ معظمها من أصحاب البرنكيبا.

أولاً: قائمة المصادر والمراجع العربية :

- (١) أرسطو: التحليلات الأولى ، تحقيق : د. عبد الرحمن بدوي ضمن منطق أرسطو الجزء الأول . الهيئة العامة للكتاب ، القاهرة ، ١٩٤٨ م .
- (٢) أفلاطون : فيدون ، ترجمة وتقديم: د. عزت قرني ، مكتبة الحرية الحديثة ، الطبعة الثانية ، القاهرة ، ١٩٧٩ م .
- (٣) أفلاطون : محاوره منكسينوس ، ترجمة وتقديم: د. عبد الله المسلمي ، منشورات الجامعة الليبية ، الطبعة الأولى ، طرابلس ، ١٩٧٢ م .
- (٤) د. البير نصري نادر: المنطق الصوري ، منشورات مكتبة العرفان ، الطبعة الأولى ، بيروت ، ١٩٦٦ م .
- (٥) الفارابي : نص التوطئة لمنطق أرسطو ، تحقيق وتعليق وتقديم : د. رفيق العجم ، دار المشرق ، بيروت ، ١٩٨٦ م .
- (٦) ——— : نص كتاب العبارة ضمن سلسلة المنطق عند الفارابي ، الجزء الثاني ، تحقيق وتقديم وتعليق د. رفيق العجم ، دار المشرق ، بيروت ، ١٩٨٦ م .
- (٧) الفرد تارسكي : مقدمة للمنطق ومناهج البحث في العلوم الاستدلالية ، ترجمة د. عزمي إسلام ، الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر ، القاهرة ، ١٩٧٠ م .
- (٨) الكسندر ماكوفسكي : تاريخ علم المنطق ، ترجمة : نديم علاء الدين ، دار الفارابي ، بيروت ، ١٩٧٨ م .
- (٩) د. أميرة حلمي مطر: الفلسفة اليونانية تاريخها ومشكلاتها ، الجزء الثاني ، دار الثقافة للنشر والتوزيع ، القاهرة ، ١٩٨٥ م .
- (١٠) برتراند رسل: أصول الرياضيات ، ترجمة محمد مرسى أحمد وأحمد فؤاد الأهواني ، الجزء الرابع ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٦٤ م .
- (١١) برتراند رسل: تاريخ الفلسفة الغربية ، الكتاب الأول ، الفلسفة القديمة ، ترجمة د. زكي نجيب محمود ، راجعه د. أحمد أمين ، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر : القاهرة ، ١٩٦٧ م .
- (١٢) بول موي : المنطق وفلسفة العلوم ، ترجمة فؤاد حسن زكريا ، مكتبة دار العروبة ، الكويت ، ١٩٨١ م .

- (١٣) بيار بويانسي: أبيقورس، تعريب د. بشار صارجي، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٨٠م.
- (١٤) د. جيرارجهامي: نص تلخيص منطق أرسطو "المجد الأول"، دار الفكر اللبناني، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٩٢م.
- (١٥) روبير بلانشي: المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، ترجمة: د. خليل أحمد خليل، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، بدون تاريخ.
- (١٦) د. زكي نجيب محمود: نحو فلسفة علمية، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ١٩٥١م.
- (١٧) د. عادل الفاخوري: المنطق العربي من وجهة نظر المنطق الرمزي الحديث، دار الطليعة للطبع والنشر، الطبعة الثانية، بيروت، ١٩٨١م.
- (١٨) د. عبد الرحمن بدوي: المنطق السوري والرياضي، دار النهضة العربية، القاهرة، ١٩٦٢م.
- (١٩) عثمان أمين: الفلسفة الرواقية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٥٤م.
- (٢٠) د. عزمي إسلام: أسس المنطق الرمزي، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ١٩٨٢م.
- (٢١) د. على سامي النشار: المنطق السوري منذ أرسطو حتى رسل، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦٥م.
- (٢٢) د. على عبد المعطي محمد، د. السيد تقادي: المنطق وفلسفة العلم، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية.
- (٢٣) كريم متى: المنطق الرياضي، مؤسسة الرسالة، بيروت، ١٩٧٩م.
- (٢٤) د. ماهر عبد القادر: التطور المعاصر لنظرية المنطق، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٨٨م.
- (٢٥) د. محمد ثابت الفندي: أصول المنطق الرياضي. دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٨٧م.
- (٢٦) د. محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٦٩م.
- (٢٧) د. محمد جلوب فرحان: تحليل أرسطو للعلم البرهاني، دار الحرية للطباعة، بغداد، ١٩٨٣م.
- (٢٨) محمد حمزة الفناري: شرح متن إيساغوجي لأثير الدين الأبهري، مطبعة دار الكتب، "مطبعة عثمانية الأستاذة"، ١٢٨٧هـ.

- (٢٩) محمد عابد الجابري: تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة، الجزء الأول، دار الطليعة، بيروت، ١٩٨٢م.
- (٣٠) د محمد فتحي عبد الله: المدرسة الفيثاغورية مصادرها ونظرياتها، مركز دلتا للطباعة، الإسكندرية، ١٩٨٩م.
- (٣١) محمد محمد قاسم: المدخل إلى فلسفة العلوم، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية ١٩٩٦م.
- (٣٢) د. محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٧٣م.
- (٣٣) د. مصطفى النشار: نظرية العلم الأرسطية دراسة في منطق المعرفة العلمية عند أرسطو، دار المعارف، القاهرة، ١٩٩٥م.
- (٣٤) نيقولا ريشر: تطور المنطق العربي، ترجمة ودراسة وتعليق د. محمد مهران، دار المعارف، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٨٥م.
- (٣٥) يان لوكاشيفتش: نظرية القياس الأرسطية، ترجمة عبد الحميد صبره، ترجمة، منشأة المعارف، الإسكندرية، ١٩٦١م.
- (٣٦) يوسف كرم: تاريخ الفلسفة اليونانية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، القاهرة، ١٩٣٦م.

ثالثاً: المصادر والمراجع الأجنبية:

- (1) Alan Donegal. The Theory of Morality, The University of Chicago Press, Chicago and London, 1977.
- (2) Alonzo Church: Introduction to mathematical logic, Princeton University press, Princeton, N. J. London, 1956.
- (3) Aristotle: De interpretation, Trans. by W. D. Ross, 5 vol, Oxford at Claremont press, London, 1972.
- (4) Benson Mates. Stoic Logic, University of California Press, Berkeley, 1953.
- (5) B. Rusel, & A. Whitead: Principal Mathematical, Vol.1, Cambridge University Press, London, 1963.

- (⁶) C. I. Lewis, : A survey of symbolic Logic, Dover Publication , New York , 1960.
- (⁷) C. I. Lewis, and C. H. Langford., Symbolic Logic, Brace & World, New York, 1962 .
- (⁸) D . Hilbert , and W. Ackermann , : The Principles of Mathematical logic, Tran. By M. Lewis , Chelsea publishing , American Mathematical Society , New York , 1999 .
- (9) E. W. F. Tomlin: The Greek Philosophy , the Western World sheffington and son Ltd , London , 1976.
- (10) E . zeller: outlines of the history of Greek philosophy, Dover publication Inc 13 th ed, New York, 1931.
- (11) F. E. Peters: Aristotle and the Arabs, the Aristotelism in Islam university press, New York, 1968.
- (12) Fredrick. Copestone : A. history of Philosophy , VOL .1 , Greek and Rome, Search Press, London , 1970.
- (13) G. Frege: Function and Begriff , in collected papers by M. Black & P. Reach , oxford , 1966 .
- (14) G. Frege: The Basic Laws of Arithmetic , trans. By Manlgomey furth , London , 1966 .
- (15) G. Frege: The Foundation of Arithmetic's , trans. By L. Austin, Harper Torch book , New York, 1960 .
- (¹⁶) Hilary Putnam: . philosophy of logic , Gergeallen & Unwind L T D , London. 1971 .
- (17) H . W . B Joseph: An introduction to logic , oxford . University press , London 1948.
- (¹⁸) L. S . Stabbing: A modern introduction to logic, Methuen Co, London, 1943.

- (19) M. Cope Irving : Introduction to logic , Macmillan publishing CO , Inc 6 th ed , New York 1982 .
- (²⁰) M .Irving Cope: Symbolic logic, Macmillan, New York, 1954.
- (²¹) M. , Joseph Bochenskiy . : A history of formal logic , translated by Ivy Thomas , Chelsea pub . co , 2nd ed , New York , 1970,
- (22) Paul Veneti: logica Magna, part. 1,trans.,by Raman Kresman, Oxford University press London,1970.
- (²³) P.H. Niditch:, Prepositional calculus , Free Press of Glencoe , New York , 1962 .
- (24) R. Carnap: Foundation of Logic and Mathematics, University of Chicago press, Chicago – Illinois, 1949.
- (25) Renford Bambrough: the philosophy of Aristotle, New American Library, New York, 1963.
- (26) Richard McKeon : Introduction to Aristotle, the Modern library . New York, 1947.
- (²⁷) S. A Stabbing : modern Elementary logic , by Methuen & Co, L . T .D , London , 1952 .
- (28) Susan Haach : Philosophy of logic ,Cambridge University press ,New York ,1980 .
- (29) W.D. Ross: Aristotle, Methuen and Co. ,Ltd. ,London, 1971, p 30.
- (³⁰) W. Kneal & M. Kneal: the development of logic , Oxford University Press, 1984.

ثالثاً: مادة مستقاة من شبكة الانترنت:

(١) محمد صالح عبد الغني: سمات المنطق عند كريسيبوس: انظر الموقع على

النت: <http://www.iep.utm.edu/c/chrysipp.htm>.

(٢) عبد اللطيف محمد : أعلام المنطق الرياضي ، انظر الموقع على النت:

<http://www.liilas.com/vb3/showthread.php?s=&threadid=63108>

(٣) د. رشيد الحاج صالح : سمات المنطق الرياضي، انظر الموقع على شبكة النت:

<http://www.liilas.com/vb3/showthread.php?s=&threadid=63108>

(٤) عبد العزيز السلاب : أهمية المنطق الرياضي، انظر الموقع على شبكة المعلومات :

<http://www.philosophypages.com/dy/l5.htm#log> .

رابعاً: الدوريات ومصادر أخرى:

(١) مجلة جامعة تشرين للدراسات والبحوث العلمية ، سلسلة الآداب والعلوم الإنسانية : د.

رشيد محمد الحاج صالح: علاقة المنطق بالرياضيات عند رسل " حساب الفئات " نموذجاً

المجلد ٢٧ ، العدد (١) ، ٢٠٠٥ م.

(٢) د. جميل صليبا : المعجم الفلسفي ، الجزء الثاني ، دار الكتاب اللبناني ، بيروت ،

لبنان ، ١٩٧٣ م .

(٣) د. محمد فتحي عبد الله: معجم المصطلحات المنطقية وفلسفة العلوم ، دار الوفاء لدنيا

الطباعة والنشر ، الاسكندرية ، ٢٠٠٢ م.

محتويات البحث

رقم الصفحة	الموضوع
٥	مقدمة :
٩	المبحث الأول : الرمز في المنطق التقليدي
٩	تمهيد :
١٠	أولاً: الرمز المنطقي عند أرسطو
١٤	ثانياً: الرمز المنطقي عند الرواقية.
١٧	ثالثاً: الرمز المنطقي في العصور الوسطى .
١٩	تعقيب.
٢١	المبحث الثاني : الرمز المنطقي من ليبنتز حتى فريجة .
٢١	تمهيد :
٢١	أولاً: الرمز المنطقي عند ليبنتز.....
٢٢	ثانياً: الرمز المنطقي عند جورج بول.....
٢٥	ثالثاً: الرمز المنطقي عند بيانو .
٢٧	رابعاً: الرمز المنطقي عند فريجة .
٣٢	تعقيب:.....
٣٥	المبحث الثالث: الرمز المنطقي بعد فريجة
٣٥	تمهيد.....
٣٦	أولاً : الرمز المنطقي عند رسل :
٣٧	ثانياً : الرمز المنطقي عند لويس.
٤٠	ثالثاً: الرمز المنطقي عند لوكاشيفتش .
٤١	رابعاً: الرمز المنطقي لدى هلبيرت.....

٤٣	خامساً: الرمز المنطقي عند كل من بوركوفسكي و تشيرش
٤٣	أ - الرمز المنطقي عند بوركوفسكي
٤٤	ب - الرمز المنطقي عند تشيرش
٤٧	تعقيب:
٥١	الخاتمة ،
٥٥	قائمة المصادر والمراجع .
٦١	محتويات البحث .



مطابق الولاء الحديثة
تأليفون ٠٢٨/٢٢٢٥٩٠١

3
Bibliotheca Alexandrina



0943308



مطابع الولاء الحديثة
تليضون ٠٤٨/٢٢٢٥٩٠١